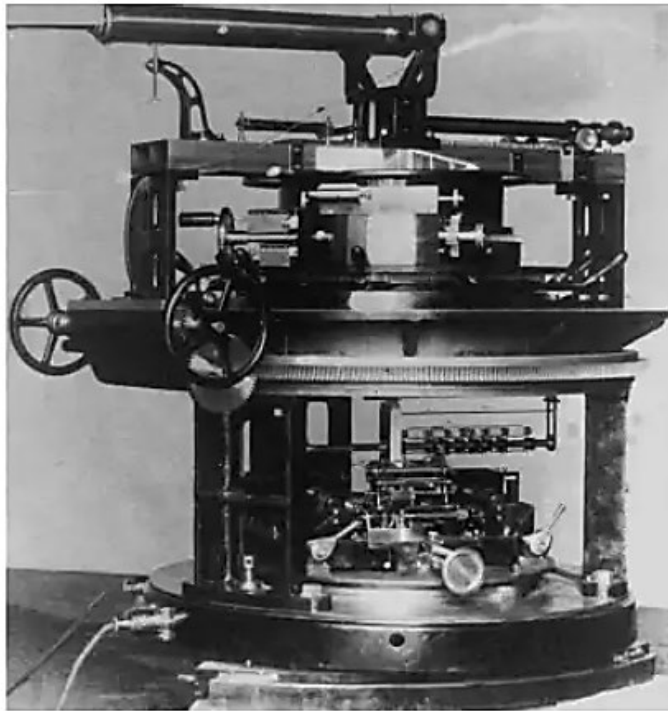


Prof. Ing.
SCIPIONE BRACCIALINI
Generale d'Artiglieria

Scienziato ed Inventore
Critico della Relatività di Einstein



Goniostadiometro "Braccialini", 1898

Strumento per la misura della distanza, velocità e direzione delle navi

A cura
di
Fiorenzo Zampieri
Circolo di PsicoBioFisica

Prof. Ing.

Scipione Braccialini (1850+1937)

Generale d'Artiglieria

Non conosciamo molto di questo importante ufficiale dell'Esercito Italiano.

Le poche notizie le cogliamo da due articoli di necrologio pubblicati su quotidiani nazionali il giorno dopo il suo decesso.

Dal quotidiano "La Stampa" del 21/03/1937

Genova, 20 notte.

E' deceduto il generale d'artiglieria Scipione Braccialini, nato nel 1850 all'Isola del Giglio.

40 anni fa il Governo Italiano lo mandò, quale istruttore per le sue scuole d'artiglieria in Giappone, e il suo nome ancora oggi è ricordato in Giappone da molti ufficiali superiori d'artiglieria.

Egli ha dato vita al telemetro Braccialini, sul quale hanno manovrato si può dire, tutti gli ufficiali d'artiglieria dei nostri tempi, come pure tutti gli ufficiali d'artiglieria hanno studiato sui suoi trattati di balistica.

Lasciata la vita militare, il generale Braccialini aveva continuato gli studi per perfezionare i suoi strumenti e in questi ultimi tempi aveva portato a compimento uno speciale monostatico antiaereo, che doveva essere presto adottato dal Governo Italiano, e uno speciale motorino da applicare ai telemetri per la rapida registrazione dei calcoli di tiro.

Dal quotidiano "Il Corriere della Sera" del 21/03/1937

Genova, 20 marzo.

La scorsa notte è deceduto il generale d'artiglieria gr. Uff. Scipione Braccialini.

Era nato nel 1850 all'Isola del Giglio e in ancor giovane età era sto insegnante di balistica alla Scuola d'applicazione di artiglieria e genio di Torino.

Quando il Giappone, quarant'anni fa, richiese al Governo Italiano un istruttore per le sue artiglierie, venne inviato a Tokio l'allora maggiore Braccialini che è ancora oggi ricordato colà da molti ufficiali di artiglieria dei quali egli fu istruttore.

Tornato in Patria, continuò i suoi studi preferiti; a lui si deve tra l'altro il telemetro Braccialini in uso nel nostro Esercito.

Era insignito di decorazioni giapponesi e nazionali.

Ma oltre a queste scarse righe che ricordano i suoi meriti di militare, vogliamo porre in evidenza i suoi studi di Fisica, che andavano contro corrente rispetto al pensiero accademico, in quell'epoca ormai praticamente accolto e consolidato, di approvazione della relatività di Einstein.

Per questa sua attività di non poca rilevanza ci rifacciamo a degli articoli pubblicati negli anni '20 del secolo scorso sulla rivista "Il Politecnico" che riportiamo integralmente, in perfetta successione cronologica, che sicuramente possono dare spunti di riflessione su di una materia che, ancora oggi, sembra avere bisogno di continue verifiche e riscontri oggettivi.

Vogliamo qui segnalare anche il fatto che il periodo storico in cui il generale Braccialini elaborò la sua critica relativista coincide perfettamente con gli anni in cui il Todeschini elaborò la "Teoria delle Apparenze" , coincidendo anche nell'aspetto ambientale essendo ambedue ufficiali della stessa Arma dell'Esercito, e provenienti entrambi dal Politecnico di Torino.

Bibliografia

(sicuramente incompleta)

- Sulla pratica soluzione dei problemi del tiro - Roma : Voghera Carlo, tipografo di S.M., 1883 - 36 p., [8] c. di tav. : ill. ; 22 cm - Estr. da: Giornale d'artiglieria e genio, pt. 2., 1883

- Leichtfassliche Methode zur Lösung ballistischer Aufgaben für flache Flugbahnen
(Un modo semplice per risolvere i problemi balistici per le traiettorie piate) (Libro)
2 edizioni pubblicate nel 1884 in tedesco

- Hōgai dandōgaku
2 edizioni pubblicate nel 1894 in giapponese

- Il problema militare : (secondo Congresso del Partito radicale italiano, Roma, 1-4 giugno 1905)
Roma : Tip. Industria e Lavoro, 1905 - 16. p. 54.

- I Telemetri da Costa e gli apparecchi accessori sistema Braccialini. - Roma 1921 - Pg. 57

- Studio critico sulle teorie di relatività - Milano : G. Tedeschi, 1924 - 100 p.; 24 cm.



Discussione sulle formole di Lorentz

Prof. S. BRACCIALINI
Generale di Artiglieria

Per sviluppare questa discussione seguirò quella elementare già pubblicata da Einstein; riportandone qui interi brani, che porrò fra due virgolette.

Einstein, dunque, comincia come segue:

«Siano: $K X Y Z$ e $K' X' Y' Z'$ due sistemi coordinati ortogonali;

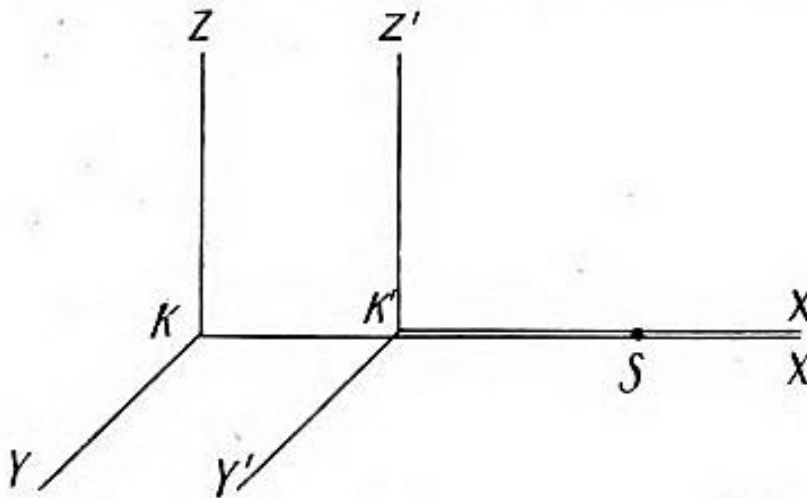


Fig. 1.

« dei quali, il primo è immobile e l'altro è in moto. Essi sono collegati
« fra loro in modo che l'asse delle x dell'uno coincide sempre con quello
« delle x' dell'altro; ed i piani delle xy e delle xz dell'uno coincidono
« sempre con quelli delle $x'y'$ e delle $x'z'$ dell'altro. Quindi l'origine K'
« scorre sempre, relativamente all'origine fissa K , sull'asse comune
« delle x e delle x' , con una velocità che chiameremo v . Possiamo qui

« dividere il problema in due parti, considerando dapprima sol-
 « tanto avvenimenti localizzati sull'asse comune delle x e delle x' .
 « Allora un avvenimento è dato, rispetto al sistema coordinato immo-
 « bile K , mediante l'ascissa x ed il tempo t ; e, rispetto al sistema in
 « moto K' , mediante x' e t' . Dati x e t si cerchino x' e t' . Un segnale
 « luminoso S lanciato, rispetto a K , lungo l'asse positivo delle x con
 « velocità c , si propaga secondo l'equazione:

$$x = ct \text{ ossia } x - ct = 0 \quad (1) \quad »$$

Osservo subito che questa equazione suppone che il tempo t si cominci a contare, come positivo, allorchè il segnale luminoso passa per l'origine K ; ed allora si ha che, per $t = 0$, $x = 0$. Se invece il segnale luminoso, per $t = 0$, non fosse nell'origine K ma fosse in un altro punto che avesse, ad esempio, l'ascissa $x = h$; allora l'equazione del moto non avrebbe la forma (1), ma sarebbe: $x - ct - h = 0$.

Mi perdoni il lettore, pratico delle prime nozioni di meccanica elementare, se mi sono soffermato su tale piccola operazione; ma, come in seguito vedremo, essa ha una capitale importanza per intendere e discutere lo sviluppo dei calcoli successivi.

« Lo stesso segnale, seguita Einstein, si propaga colla stessa velo-
 « cità c rispetto a K' ; si ha:

$$x' = ct' \text{ ossia } x' - ct' = 0 \quad (2) \quad »$$

Anche qui osservo che questa equazione suppone che il tempo t' si cominci a contare, come positivo, allorchè il segnale luminoso passa per l'origine K' ; ed allora si ha che, per $t' = 0$, $x' = 0$.

Ora prego il lettore di far bene attenzione ai ragionamenti che seguono.

Einstein, dopo aver stabilito le due equazioni (1) e (2), stabilisce ancora quella del moto dell'origine K' rispetto all'origine K . Poichè K' si muove con velocità v rispetto all'origine K , egli chiama x e t le coordinate di K' rispetto a K , e stabilisce l'equazione del moto di K' rispetto a K sotto la forma $x = vt$ ossia $x - vt = 0$. Allora io osservo che questa equazione suppone ancora che il tempo t si cominci a contare, come positivo, allorchè l'origine K' passa per l'origine K ; ed allora si ha che, per $t = 0$, $x = 0$. Ma noi abbiamo già visto che anche per il segnale luminoso si ha che, per $t = 0$, $x = 0$; quindi, si deve concludere che, per $t = 0$, tanto il segnale luminoso quanto l'origine K' si trovano nel punto di ascissa $x = 0$; ossia si trovano contemporaneamente nell'origine fissa K . Ma per l'origine K' si ha $x' = 0$ e $t' = 0$;

quindi è evidente che, quando tale origine si trova in K , x' e t' sono eguali a zero insieme ad x e t .

Da ciò si conclude che, se noi supponiamo che una delle quattro quantità x t x' t' sia eguale a zero, si deve anche supporre che siano contemporaneamente eguali a zero le altre tre.

Questi ragionamenti sono inoppugnabili; a meno che si sostenga che le x e t dell'equazione $x = ct$ del moto del segnale luminoso sono ben diverse dalle x e t dell'equazione $x = vt$ del moto dell'origine K' ; e che quindi le une non possono assolutamente coesistere e scambiarsi colle altre. Ma, se ciò si ammette, si distruggono, come si vedrà in appresso, tutti i ragionamenti fatti da Lorentz e da Einstein per determinare le formole di Lorentz.

« Ogni punto spazio-temporale (avvenimento), dice Einstein, che « soddisfi all'equazione (1) $x - ct = 0$ deve pure soddisfare all'equazione (2) $x' - ct' = 0$. Ciò si verificherà evidentemente sempre che sia:

$$x' - ct' = \lambda (x - ct) \quad (3) \quad »$$

Io osservo che questa equazione vuol dire che: $0 = 0$; quindi essa è soddisfatta per qualsiasi valore che si attribuisca a λ , che non sia $\lambda = \infty$. Perciò essa non si presta certamente per determinare un valore speciale di λ .

« Per un segnale luminoso che si propaghi nel senso delle x negative si hanno le equazioni: $x + ct = 0$ ed $x' + ct' = 0$; le quali « sono contemporaneamente soddisfatte se:

$$x' + ct' = \mu (x + ct) \quad (4) \quad »$$

Anche per questa equazione (4) vale l'osservazione fatta per quella (3).

« Sommando e sottraendo fra loro le due equazioni (3) e (4) si ha:

$$2x' = (\lambda + \mu)x - (\lambda - \mu)ct \quad e$$

$$2ct' = (\lambda + \mu)ct - (\lambda - \mu)x.$$

« Da queste si ha:

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{\lambda + \mu}{2} x - \frac{\lambda - \mu}{2} ct \\ ct' &= \frac{\lambda + \mu}{2} ct - \frac{\lambda - \mu}{2} x \end{aligned} \right\} (4)$$

« Ora poniamo: $\frac{\lambda + \mu}{2} = a$ e $\frac{\lambda - \mu}{2} = b$. E, sostituendo nelle (4),

« si ha:

$$\left. \begin{aligned} x' &= a x - b c t \\ c t' &= a c t - b x \end{aligned} \right\} (5).$$

« Ma, dice Einstein, per l'origine K' si ha sempre $x' = 0$. Quindi
« dalla prima delle (5) si ha: $a x - b c t = 0$; da cui: $\frac{x}{t} = \frac{b c}{a}$. Però

« per l'origine K' si ha pure $x = v t$ ed $\frac{x}{t} = v$. Dunque, eguagliando

« questi due valori di $\frac{x}{t}$, si ha $\frac{b c}{a} = v$. ».

Fermiamoci e ragioniamo.

Distinguiamo i due casi accennati nelle precedenti mie osservazioni:

1.° Se si eguagliano i due valori $\frac{x}{t} = \frac{b c}{a}$ ed $\frac{x}{t} = v$ è lo stesso come supporre che le x e t dell'equazione $x = v t$ siano le stesse di quelle dell'equazione $x = \frac{b c}{a} t$; ossia che siano le stesse di quelle dell'equazione $x = c t$ dalla quale la $x = \frac{b c}{a} t$ deriva. Ma, se si fa tale supposizione, ho dimostrato che si ha contemporaneamente $x t x' t'$ eguali a zero. Perciò, supponendo con Einstein che nella prima delle (5) si ponga $x' = 0$, si deve anche porre $x = 0$ e $t = 0$; ed, in questo caso, l'equazione $a x = b c t$ diviene $0 = 0$; e non è più possibile determinare da essa il valore $\frac{x}{t} = \frac{b c}{a}$.

2.° Se si suppone invece che le x e t del moto del segnale luminoso non siano le stesse delle x e t dell'equazione $x = v t$ del moto dell'origine K' e che quindi non si possono assolutamente eguagliare le une alle altre (il che dovrebbe apparire evidente), allora il valore $\frac{x}{t} = \frac{b c}{a}$ (che deriva dall'equazione $x = c t$ e che si riferisce al segnale luminoso) non si può eguagliare al valore $\frac{x}{t} = v$ (che deriva dalla equazione $x = v t$ e che si riferisce all'origine K').

D'altra parte è indubitato che le x e t dell'equazione $x = \frac{b c}{a} t$ si

riferiscono al moto del segnale luminoso rispetto all'origine K , la cui equazione fu stabilita sotto la forma $x = ct$. Perciò per tutta la traiettoria del segnale luminoso rispetto a K , ossia per tutti i valori di x e t , compreso quello che x e t assumono allorchè il segnale luminoso passa per l'origine K' , si ha sempre $\frac{x}{t} = c$. Quindi è assolutamente assurdo il supporre che, nell'istante in cui il segnale luminoso passa per l'origine K' , il rapporto $\frac{x}{t}$ non abbia più il valore $\frac{x}{t} = c$ ed assuma quello $\frac{x}{t} = v$... per riprendere poi istantaneamente il valore $\frac{x}{t} = c$ allorchè il segnale luminoso ha oltrepassato l'origine K' .

Contro tutto ciò mi si potrà obiettare che, per l'origine K' , non si eguagliano i valori $\frac{x}{t} = c$ ed $\frac{x}{t} = v$; ma si eguagliano i valori $\frac{x}{t} = \frac{bc}{a}$ ed $\frac{x}{t} = v$. Ed allora io rispondo con alcune domande.

1.^a Il valore $\frac{x}{t} = \frac{bc}{a}$ si riferisce al moto del segnale luminoso od a quello dell'origine K' ?

Evidentemente al moto del segnale luminoso, perchè deriva dalle equazioni (5) che, a loro volta, derivano dalle equazioni (4), (3), (2) ed (1).

2.^a Ed, in sostanza, che cos'è $\frac{x}{t}$ per il segnale luminoso?

Evidentemente è la sua velocità c .

3.^a Dunque, se $\frac{x}{t} = c$ ed $\frac{x}{t} = \frac{bc}{a}$ si riferiscono al moto del segnale luminoso e se la prima $\frac{x}{t} = c$ è la sua velocità in tutti i suoi punti, è possibile che la seconda $\frac{x}{t} = \frac{bc}{a}$, che è la sua velocità allorchè esso passa per il punto K' , non sia eguale alla prima $\frac{x}{t} = c$?

Evidentemente no.

Quindi è anche evidente che $\frac{x}{t} = \frac{bc}{a}$ deve essere eguale ad $\frac{x}{t} = c$; e che, perciò, a deve essere eguale a b .

4.^a Ma, se $a = b$, che cosa vuol dire l'eguaglianza $\frac{bc}{a} = v$ posta da Lorentz e da Einstein?

Vuol dire che: $c = v$!

Ed è appunto ciò che io, con tutti i miei ragionamenti ho voluto dimostrare.

Da tutto ciò si conclude che, in nessuno dei due casi considerati si può porre $\frac{bc}{a} = v$. E, se questa eguaglianza non si può porre, è evidente che le formule di Lorentz non si possono dedurre. Quindi tutto l'edificio basato su di esse cade in polvere!

Non faccia meraviglia al lettore se insisterò ancora onde porre nuovi argomenti a sostegno di questa mia affermazione. Ma faccio considerare che essa, sebbene derivi da una piccola e quasi sfuggibile operazione di calcolo, assume capitale importanza, come ho già detto; in quanto che essa, distruggendo le formule di Lorentz, toglie la base più solida alle teorie di relatività; le quali, senza tali formule, perdono ogni valore.

Farò, dunque, ancora le seguenti osservazioni.

Per dedurre i valori di a e di b , Einstein ha posto, come si è visto, nelle formule (5), $x' = 0$. Ora io osservo che, se per il punto K' si ha sempre $x' = 0$, si ha pure sempre $t' = 0$; ed allora le due equazioni (5) divengono: $ax - bct = 0$ e $bx = act$.

Dividendo membro a membro queste due eguaglianze si ha:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a}; \text{ quindi } a^2 = b^2; \text{ ossia } a = b. \text{ Dunque } c = v.$$

Consideriamo ancora le due equazioni (5): $x' = ax - bct$ e $ct' = act - bx$; e ragioniamo come segue. Per il punto K si ha evidentemente sempre $x = 0$. Allora le due equazioni divengono: $x' = -bct$ e $ct' = act$. Sommando queste due eguaglianze si ha: $x' + ct' = (a - b)ct$. Ma noi sappiamo che $x' + ct' = 0$; quindi si ha: $(a - b)ct = 0$. E da questa si ha: $ct = 0$ ed $a - b = 0$. Perciò: $a = b$ e $c = v$.

Si potrebbe ancora seguire un pezzo con questi giuochetti di calcolo; che pur dimostrano l'assoluta erroneità dei ragionamenti e dei metodi di Lorentz e di Einstein. Ma, per non perdere tempo, ritorniamo allo sviluppo delle formule di Lorentz secondo i ragionamenti di Einstein.

« Per il principio di relatività è poi chiaro che la lunghezza giudicata da K dell'unità di misura quiescente rispetto a K' , deve essere eguale alla lunghezza giudicata da K' dell'unità di misura quiescente

« rispetto a K . Per vedere come si presentano i punti dell'asse x' osser-
 « vati da K dovremo prendere una fotografia istantanea di K' da K ;
 « ciò significa che dobbiamo assegnare a t (tempo di K) un valore deter-
 « minato, ad esempio $t = 0$. Allora dalla prima delle (5) abbiamo:

$$x' = a x \quad (6)$$

Io osservo che questa eguaglianza (6) non vuol dire altro che $0 = 0$; perchè, se si suppone $t = 0$, si ha pure contemporaneamente $x = 0$ ed $x' = 0$. Quindi la eguaglianza $x' = a x$ non ha nessun valore; e non può servire a determinare la costante a , perchè qualsiasi valore di a soddisfa l'eguaglianza stessa.

D'altra parte, se per $t = 0$ la prima delle (5) diviene: $x' = a x$, si ha nello stesso tempo che la seconda delle (5) diviene $c t' = - b x$.

Ora, se si sommano queste due eguaglianze, si ha $x' + c t' = (a-b)x$. Ma, poichè $x' + c t' = 0$, quindi si ha: $(a-b)x = 0$; da cui: $x = 0$, ed $a - b = 0$; colla solita conseguenza che: $c = v$.

Ritorniamo ancora ai ragionamenti di Einstein.

« Dalla equazione $x' = a x$ si ottiene: $\Delta x' = a \Delta x$. Ora suppo-
 « niamo che $\Delta x'$ sia l'unità di misura quiescente in K' ; allora sarà:

« $\Delta x' = 1$. Quindi si avrà: $a \Delta x = 1$, e $\Delta x = \frac{1}{a}$. Per vedere ora

« come si presentano i punti dell'asse x osservati da K' dovremo pren-
 « dere una fotografia istantanea di K da K' ; ciò significa assegnare a t'
 « (tempo di K') un valore determinato, ad esempio $t' = 0$. Allora la

« seconda delle (5) diviene: $a c t - b x = 0$; da cui si ha: $c t = \frac{b}{a} x$. So-

« stituendo questo valore nella prima delle (5) si ha: $x' = a x - \frac{b^2}{a} x$ os-

« sia: $x' = \frac{a^2 - b^2}{a} x$. Da quest'eguaglianza si ha: $\Delta x' = \frac{a^2 - b^2}{a} \Delta x$.

« Ora supponiamo che Δx sia il valore dell'unità di misura quiescente

« in K ; allora si ha: $\Delta x = 1$. Quindi si avrà: $\Delta x' = \frac{a^2 - b^2}{a}$. Ma per

« il principio di relatività si deve avere $\Delta x = \Delta x'$; quindi si avrà:

« $\frac{1}{a} = \frac{a^2 - b^2}{a}$. Ossia: $a^2 - b^2 = 1$ ».

Giunti a questo punto conviene fermarsi per fare una osservazione che ha grave importanza.

Per avere il valore di Δx Einstein suppone $t = 0$; e per avere il valore di $\Delta x'$ suppone $t' = 0$. Ma noi sappiamo che t e t' sono con-

temporaneamente eguali a zero allorchè le origini K e K' coincidono fra loro; quindi Einstein, per prendere le due fotografie, sceglie l'istante in cui K e K' coincidono e quindi coincidono ancora le due unità di misura Δx e $\Delta x'$ quiescenti in K ed in K' . In sostanza, dunque, Einstein prende una sola fotografia di Δx e di $\Delta x'$ situandosi nel punto $K K'$ in cui le Δx e $\Delta x'$ hanno una loro estremità.

Non è forse qui evidente che il matematico, nei suoi ragionamenti si è lasciato trascinare dalla *mentalità algebrica*, ha abusato nelle diverse supposizioni di $t = 0$, $t' = 0$, $x = 0$, $x' = 0$; e non ha approfondito a quali strane conseguenze esse conducono; conseguenze che finiscono per distruggere le sue deduzioni?

E non è ancora evidente che gli altri matematici hanno accettati questi ragionamenti, senza verificare se essi sono o non sono esatti?

Ritorniamo ancora alla determinazione delle formole di Lorentz.

« Ma si è già trovato, seguita Einstein, $b = \frac{av}{c}$ (!); quindi si ha:
 $a^2 - \frac{a^2 v^2}{c^2} = 1$. Da questa si ha: $a^2 (1 - \frac{v^2}{c^2}) = 1$; perciò:

$$a = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{e} \quad b = \frac{\frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

« Sostituendo questi valori di a e di b nelle (5) si ha:

$$x' = \frac{x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{ct \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{e} \quad ct' = \frac{ct}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{\frac{v}{c} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

« quindi:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{e} \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (7)$$

« Queste sono la prima e la quarta formula di Lorentz; alle quali si aggiungono le altre due: $y' = y$ e $z' = z$, per estendere la trasformazione di Lorentz ad un sistema composto di tre assi coordinati ».

Ed ecco come con una lunga serie di errori, che nello sviluppo dei calcoli ho fatto rilevare, si determinano le formole di Lorentz.

Per tale determinazione altri matematici impostano e sviluppano

i calcoli in modo diverso e meno elementare di quello qui impiegato da Einstein. Però gli artifici impiegati non sono certo più ammissibili nè meno errati di quelli usati da Einstein e che ho confutato.

Ho già affermato e dimostrato che, ponendo come base dei calcoli per la determinazione delle formule di Lorentz le equazioni $x - ct = 0$, $x' - ct' = 0$, $x + ct = 0$, $x' + ct' = 0$, si ha che $xtx't'$ sono contemporaneamente eguali a zero.

Ora darò, di tale verità, una dimostrazione che trarrò dalle formule stesse di Lorentz; e che, quindi, sarà ancora più convincente, specialmente per i relativisti.

La prima e la quarta equazione di Lorentz sono:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad e \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Poniamo nella seconda, come ha già fatto Einstein, $x = ct$. Allora

essa diviene: $t' = t \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. Ora è chiaro che, se in questa equazione poniamo $t = 0$, si ha contemporaneamente $t' = 0$, e viceversa.

Poniamo invece nella stessa seconda equazione $t = \frac{x}{c}$, valore tratto dalla solita equazione $x = ct$. Allora abbiamo:

$$t' = x \frac{\frac{1}{c} - \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Dunque, se in questa equazione poniamo $x = 0$; si ha pure contemporaneamente $t' = 0$ e viceversa.

Inoltre, se nella prima equazione di Lorentz poniamo $x = ct$, si ha:

$x' = t \frac{c - v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. Quindi, se in questa si pone $t = 0$, si ha con-

temporaneamente $x' = 0$ e viceversa.

Dunque anche dalle formule di Lorentz si deduce la conseguenza che $xtx't'$ sono contemporaneamente eguali a zero; e che perciò, se si suppone una di esse eguale a zero, si devono supporre eguali a zero tutte le altre.

Termino questa lunga confutazione delle formule di Lorentz con la seguente osservazione.

Come si è visto, Einstein in più luoghi dice che, per il punto K' , si ha $t' = 0$ ed $x = vt$. Vediamo ancora una volta a che cosa conducono tali asserzioni.

La quarta equazione di Lorentz è:

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Per $t' = 0$ essa diviene: $t - \frac{v}{c^2} x = 0$; da cui si ha: $x = \frac{c^2 t}{v}$. Ma per $t' = 0$ Einstein dice che $x = vt$. Questi due valori di x debbono dunque essere eguali; quindi si ha: $\frac{c^2 t}{v} = vt$; da cui: $c^2 = v^2$; e $c = v$.

E questo risultato deve inevitabilmente scaturire dalle formule di Lorentz perchè nella loro determinazione Lorentz ed Einstein hanno voluto erroneamente inserire, nei calcoli relativi, al moto di un segnale luminoso con velocità c l'equazione $x = vt$ che si riferisce al moto dell'origine K' con velocità v .

Questo dimostra ancora una volta, se ve ne fosse bisogno, che l'eguagliare i due valori $\frac{x}{t} = v$ ed $\frac{x}{t} = \frac{bc}{a}$ costituisce un errore fondamentale sfuggito a Lorentz, ad Einstein ed ai loro seguaci; errore che da solo infirma ed annulla le formule di Lorentz.

Esaminiamo ora le conseguenze che si vogliono trarre dalle formule di Lorentz; continuando l'esame dell'opuscolo di Einstein.

COME SI COMPORTANO REGOLI ED OROLOGI IN MOVIMENTO.

Einstein, e prima di lui Lorentz, hanno voluto dimostrare che un'asta metrica, muoventesi col sistema K' con velocità v , ha una lunghezza minore. Invece un orologio, che batte il secondo nel sistema K' in moto, batte un intervallo di tempo alquanto maggiore per il sistema K in riposo.

Per dimostrare tutto ciò Einstein scrive:

« Dispongo un'asta metrica lungo l'asse x' di K' in modo che un estremo cada nel punto $x' = 0$ e l'altro nel punto $x' = 1$. Qual'è la lunghezza dell'asta metrica rispetto a K ? Per sapere ciò occorre ri-

« cercare ove si trovano gli estremi dell'asta rispetto a K . Per il
 « tempo $t = 0$ le ascisse di quei due punti sono date dalla prima
 « equazione di Lorentz. Essa è: $x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. Per $t = 0$ si ha:
 « $x = x' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. Se dunque si pone in questa equazione $x' = 0$
 « ed $x' = 1$, si ha: $x = 0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ ed $x = 1 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. La diffe-
 « renza di questi due valori di x è $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$; ed essa rappresenta il
 « valore 1 dell'asta metrica disposta, come si è detto, in K' , rispetto
 « al sistema K . Ma relativamente a K l'asta metrica si muove con velo-
 « cità v ; dunque la lunghezza di 1 metro mobile in direzione della sua
 « lunghezza è $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ metri. L'asta rigida in moto è così più breve
 « che se fosse in quiete; e tanto più breve quanto più velocemente è
 « mossa. Per $v = c$ sarebbe $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 0$; e per velocità anche mag-
 « giori, la radice sarebbe immaginaria. Concludiamo da tutto ciò che,
 « nella teoria di relatività, la velocità c è una velocità limite che nessun
 « corpo può raggiungere e tanto meno sorpassare ».

Qui i concetti strani appaiono in tutto il loro splendore. Vediamo.

Prima di tutto osservo quanto sia stata infelice la scelta di $t = 0$ per determinare i due valori di x ; poichè non bisogna dimenticare, come è abitudine di Einstein e seguaci, che le formule di Lorentz presuppongono che, quando $t = 0$, si ha contemporaneamente $t' = 0$, $x = 0$, ed $x' = 0$.

Quindi il supporre $t = 0$ vuol dire supporre che l'asta metrica si trovi *immobile* nelle origini K e K' allorchè esse coincidono. Ed allora, come mai l'asta metrica immobile nelle origini K e K' può avere una lunghezza minore? Mi si potrà obiettare che il valore $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ per l'unità di lunghezza in moto si poteva trovare anche dando a t un valore qualsiasi all'infuori del valore $t = 0$. Perciò l'aver considerato questo valore speciale di t è stata una svista di Einstein. Ed io rispondo che ho fatto appunto l'osservazione per far constatare una volta di più che Einstein commette delle sviste di non lieve importanza.

Ad ogni modo resta assodato che, con i suindicati ragionamenti e con i metodi di calcolo impiegati da Lorentz e da Einstein, l'asta

metrica avrebbe una lunghezza minore anche per $t = 0$; e, cioè, anche quando è ferma! Ora richiamo l'attenzione del lettore su ciò che segue.

Abbiamo visto che Einstein, per trovare i due valori

$$x = 0. \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \text{ed} \quad x = 1. \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

assegna, nella prima equazione di Lorentz, ad x' i due valori diversi $x' = 0$ ed $x' = 1$ per lo stesso valore di $t = 0$.

Ma: è possibile questo? Assolutamente no.

La x' della prima equazione di Lorentz è l'ascissa del moto di un segnale luminoso con velocità c , rispetto all'origine mobile K' ; e non può assolutamente rappresentare il valore, rispetto a K' , delle ascisse di un'asta metrica o non metrica adagiata sull'asse delle x' , e che si muove con velocità v .

D'altra parte il valore di x' dato dalla prima formula di Lorentz è $x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$; la quale, ponendovi $x = ct$, diviene:

$$x' = t \frac{c - v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad \text{ed essa, per ognuno dei valori che si possono}$$

attribuire a t , fornisce un solo valore corrispondente di x' . Ora, per $t = 0$, la formula dice che x' ha il solo ed unico valore $x' = 0$; e non può avere anche l'altro valore $x' = 1$. Perciò è completamente assurdo il voler determinare, colla prima formula di Lorentz, i due valori di x corrispondenti ad $x' = 0$ ed $x' = 1$ che si suppone siano, non le ascisse di due punti della traiettoria del segnale luminoso rispetto all'asse delle x' (come in realtà si dovrebbe supporre), ma invece le estremità dell'asta metrica che si muove, coll'origine K' , con velocità v .

Nessuno può negare che le coordinate $x' = 0$ ed $x' = 1$ delle due estremità dell'asta metrica sono pertinenti al moto dell'origine K' con velocità v e non al moto del segnale luminoso con velocità c , cui si riferiscono le formule di Lorentz.

Le conclusioni assurde cui sono pervenuti Lorentz ed Einstein sono dovute da che, anche in questo caso, si sono scambiati i due valori delle coordinate dell'asta metrica collocata in K' (detti erroneamente $x' = 0$ ed $x' = 1$) e che si muove con velocità v , con due valori di x' relativi al moto di un segnale luminoso con velocità c .

Come ho già detto questa confusione e sostituzione delle coordi-

nate di un mobile con velocità c a quelle di un altro mobile con velocità v (e viceversa) è, non soltanto arbitraria ed assurda, ma anche stupefacente. Tale arbitrio è ripetuto più e più volte con sublime disinvoltura; ed è con tale sistema che si giunge poi alle più strampalate conclusioni sul concetto di distanza, di tempo, di massa, e di energia!

Ad ogni modo, se si potessero fare i ragionamenti di Lorentz e di Einstein (riferendoli però, come è logico, al moto di un segnale luminoso e non dell'origine K') si avrebbe la deduzione che segue.

Dalla prima equazione di Lorentz si ha: $x = vt + x' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ (a).

Consideriamo un qualsiasi valore di t , e diamo ad x' i due valori n ed $n + 1$, che differiscono fra loro dell'unità di lunghezza. (Avverto che questo è l'errore di Lorentz e di Einstein). Allora si ha:

$$x = vt + n \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \text{ed} \quad x = vt + (n + 1) \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

La differenza fra questi due valori è $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. Da ciò si deduce che qualsiasi porzione della traiettoria del segnale luminoso che ha la lunghezza dell'unità di misura nel sistema K' , ha *relativamente al sistema K* la lunghezza $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$.

Questa è la conseguenza che si può trarre da consimili ragionamenti; ammettendo arbitrariamente ed erroneamente, come sopra ho detto, che si possono dare ad x' due valori diversi per lo stesso valore di t .

Lorentz ha dunque errato, ad ogni modo, deducendo per la lunghezza dell'asta metrica posta in K' il valore $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. Ma almeno egli dice che tale valore non è reale, ma soltanto relativo al sistema K .

Invece Einstein, rincarando la dose degli errori, asserisce che tale valore è reale; e che quindi l'asta metrica *in realtà* si accorcia muovendosi con velocità c . E questo concetto, più arbitrario ed assurdo di quello di Lorentz, ha fatto schierare Lorentz stesso fra gli oppositori di Einstein!

Si può constatare facilmente quanto sia fallace il giudizio di Einstein in confronto di quello di Lorentz ricordando che, per ottenere il valore $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ per la lunghezza dell'asta metrica relativamente al sistema K , si sono da x' dati i due valori $x' = 0$ ed $x' = 1$; vale a

dire si è supposto che *in realtà* l'asta sia lunga 1 metro nel sistema K' . Quindi, ammettendo che si possano dare i due valori diversi ad x' , l'asta *in realtà* è lunga 1 metro nel sistema K' , ed *apparisce* lunga

$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ nel sistema K ; come dice Lorentz. Einstein, invece, più

volte ripete: « l'asta rigida in moto è *così più breve* che se fosse in quiete ». Quindi, ripeto, lo dice in modo assoluto e non relativo; ed applica poi tale assurdo principio allorchè gli torna comodo. Così, ad es., quando tratta del moto rotatorio di un disco, ritiene l'asta metrica in moto, collocata alla circonferenza del disco, come contratta in sè stessa; e facendo misurare con essa la circonferenza del disco in moto, la trova più lunga di quello che è allorchè il disco è fermo; e quindi trova che il rapporto π fra la circonferenza ed il diametro del disco in moto non ha il valore di 3,14!

Per dimostrare ancora meglio l'errore dell'affermazione di Einstein in confronto di quella di Lorentz, possiamo valerci di un ragionamento fatto da Einstein stesso allorchè si è trattato di determinare i coefficienti a e b inseriti nelle formole (5) (vedi pag. 356), che hanno condotto a stabilire le formole di Lorentz.

Einstein allora ha detto che: « per il principio di relatività, la « lunghezza dell'unità di misura quiescente rispetto a K' deve essere « eguale alla lunghezza dell'unità di misura quiescente rispetto a K ».

Applicando dunque tale affermazione al presente caso, si deve concludere che, se la lunghezza dell'asta metrica quiescente in K' è $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

relativamente a K , anche la lunghezza dell'asta metrica quiescente

in K è $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ relativamente a K' . Ed è quello che dice Lorentz,

per il quale il fenomeno è relativo e non assoluto. Ma per Einstein gli accorciamenti sono reali e non soltanto relativi; quindi, secondo lui, anche l'asta metrica, assolutamente immobile in K che è immobile nello spazio, non conserverebbe la sua lunghezza 1; ma avrebbe la

lunghezza $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. Dunque, secondo tale ragionamento, anche le

aste metriche immobili, si accorciano *in realtà* se riferite ad un sistema in moto!

Per rischiarare ancora le nostre idee sull'argomento, possiamo porre ad Einstein e, per lui, ai suoi seguaci il seguente quesito; al quale, certo, essi non hanno posto mente.

L'asta metrica è posta in K' , e si inizia il suo movimento con

velocità v . In quanto tempo essa si sarà accorciata ed avrà raggiunto la lunghezza $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$?

La formola non lo dice; ed i ragionamenti fatti per determinarla tacciono su tale particolare. È un fatto però che il valore $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ per l'asta metrica in moto è stato determinato per $t = 0$; quindi l'accorciamento di essa asta si riferirebbe all'istante in cui il tempo, nel sistema K , è zero. Ma la quarta formola di Lorentz

$$t' = t \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

dice che (come più volte ho già ripetuto) se $t = 0$ si ha pure $t' = 0$. Perciò l'accorciamento dell'asta metrica ha luogo non appena essa è posta nell'origine K' (per la quale $t' = 0$), ed inizia il suo movimento.

È possibile accettare questo concetto? Non mi pare.

Ad ogni modo dalle formole di Lorentz e dai ragionamenti di Einstein si deduce che l'asta metrica si accorcia istantaneamente non appena collocata in K' . Sorge quindi spontanea un'altra domanda.

Perdurando il movimento dell'asta metrica con velocità v , continua ad accorciarsi?

La espressione $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ non lo dice; quindi parrebbe che no.

Ed allora è ben strano l'ammettere che l'asta metrica si accorcia istantaneamente allorchè è posta in K' ; e che poi, quando realmente si muove, non si accorci più!

Continuiamo ancora nelle nostre indagini.

Supponiamo che un'asta metrica parta da K con velocità v ; ed



Fig. 2.

ammettiamo, con Einstein, che giunta in H la sua lunghezza reale

sia divenuta $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$;

ossia $1 - n$, essendo n una quantità che può essere anche piccolissima. Respingiamo allora l'asta metrica da H in K colla stessa velocità v . Allora, secondo Einstein, essa si accorcerà realmente di un'altra piccola quantità n' ; e la sua lunghezza reale sarà divenuta $1 - n - n'$. Ripetendo per molte e molte volte la stessa operazione nei due sensi (e le oscillazioni possono essere ancora piccolissime), è

stein che tale contrazione sia reale e non soltanto relativa al sistema K .

Ora passiamo a considerare gli orologi.

Einstein scrive: « Consideriamo ora un orologio che batte i secondi « situato in quiete nel punto di origine $x' = 0$ del sistema K' ; siano: « $t' = 0$ e $t' = 1$ due colpi successivi di questo orologio, per i quali « allora la prima e la quarta equazione di Lorentz forniscono $t = 0$ e

« $t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. L'orologio si muove con velocità v rispetto a K ;

« quindi l'intervallo di tempo fra due colpi successivi giudicato da K

« non è di un secondo, ma di $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ secondi; ossia alquanto

« maggiore. L'orologio dunque in stato di moto batte più lentamente « che in stato di quiete ».

Vediamo se tutto ciò è vero.

Prima di tutto, poichè si è supposto $x' = 0$ e $t' = 0$, ne consegue che, come più volte ho detto, anche $x = 0$ e $t = 0$. Quindi il valore

$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ è dedotto per il solo caso in cui l'orologio è immobile

nell'origine comune di K e di K' . Per ciò Einstein doveva concludere: « L'orologio adunque, allorchè è immobile, batte più lentamente che allo stato di quiete! ».

Come si vede, si ripete qui il primo errore fatto per dimostrare l'accorciamento dell'asta metrica.

Poi, dando a t' i due valori $t' = 0$ e $t' = 1$ per lo stesso valore $x' = 0$, si ripete il secondo errore fatto nella stessa occasione.

E, per dimostrare ancora meglio quanto sia madornale questo errore, farò ancora le seguenti considerazioni:

Per dedurre i due valori $t = 0$ e $t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, corrispon-

denti a $t' = 0$ e $t' = 1$, Einstein procede nel seguente modo. La

quarta equazione di Lorentz è $t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ (b). Essa può esser

posta sotto la forma: $t' = t \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ (c).

Il lettore dunque ricordi che questa equazione (c) stabilisce la relazione che esiste fra t' e t per tutti i punti della traiettoria del segnale luminoso compresa l'origine K' .

Ora Einstein, per avere i due valori di t sopra indicati, ragiona così: « Poichè l'orologio è in K' , per esso si ha: $x' = 0$. Ed allora dalla prima equazione di Lorentz $x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ si ottiene: $x - vt = 0$;

« ossia $x = vt$. Sostituendo questo valore nella quarta equazione di

« Lorentz (b) si ha: $t' = \frac{t - \frac{v^2}{c^2}t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$; ossia $t' = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$; da

« cui si ha: $t = \frac{t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. E per $t' = 0$ e $t' = 1$, si ha: $t = 0$ e

« $t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ ».

Ma io prima di tutto osservo che ho già ampiamente dimostrato che, se $x' = 0$, si ha anche contemporaneamente $t' = 0$. Quindi, per $x' = 0$, t' ha il solo ed unico valore $t' = 0$, e non può avere anche l'altro valore $t' = 1$ datogli arbitrariamente da Lorentz e da Einstein.

In secondo luogo si rifletta che la relazione $t = \frac{t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ (a)

è stata dedotta per il solo punto in cui $x' = 0$; quindi t non può avere che il solo valore corrispondente al valore che assume t' allorchè $x' = 0$. Ma noi sappiamo che tale valore è zero. Dunque la relazione (a) è valida soltanto allorchè $t' = 0$; ed, in tal caso, t ha il solo valore $t = 0$; e non

può assolutamente avere anche il valore $t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.

I due valori $t' = 0$ e $t' = 1$ si possono dare, ove lo si voglia,

soltanto nell'equazione generale $t' = t \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ (c); poichè essa,

come ho detto, *esiste per tutti i valori che si possono dare a t ed a t'* . Ora, se in essa si pone $t' = 0$ si ha $t = 0$; come si ha ancora dalla relazione (a).

Ma, se in essa si pone $t' = 1$, si ha: $t = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c}}$ (d); valore ben

diverso da quello $t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ (a) trovato da Lorentz e da Einstein.

Quindi Lorentz ed Einstein hanno completamente errato.

Qualora poi Einstein e seguaci volessero sostenere che il valore (a) di t è esatto; non potranno mai negare che quello (d) non lo sia anche per il punto K' in cui è posto l'orologio. Ed allora, quale dei due si deve applicare nelle presenti discussioni?

D'altra parte, se ambedue sono esatti, essi debbono essere eguali. Perciò si deve avere:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c}}$$

Allora da questa si ha:

$$1 - \frac{v}{c} = 1 - \frac{v^2}{c^2}; \text{ ossia: } \frac{v}{c} = \frac{v^2}{c^2}; \text{ perciò: } 1 = \frac{v}{c} \text{ e } v = c!$$

Questo risultato, ripeto ancora una volta, è ben naturale, perchè Lorentz ed Einstein sostituiscono alla x della quarta equazione di Lorentz erroneamente il valore $x = vt$. È bensì vero che essi trovano $x = vt$ ponendo $x' = 0$ nella prima equazione di Lorentz; ma io osservo che, come moltissime volte ho ripetuto, se $x' = 0$, anche x e t sono eguali a zero; quindi l'eguaglianza $x = vt$ significa $0 = 0$.

Inoltre il valore $x = vt = 0$ per $x' = 0$ è dato dalle formole di Lorentz perchè, come ho ancora precedentemente dimostrato, nel determinare dette formole si sono eguagliati i due valori $\frac{x}{t} = v$ ed $\frac{x}{t} = \frac{bc}{a}$; commettendo così lo stesso errore che ora viene fuori.

Bisogna dunque persuadersi che questo è l'errore capitale in cui è caduto Lorentz, ed è passato inosservato ad Einstein ed ai suoi seguaci.

Lorentz si è confuso perchè ha posto l'equazione del moto del segnale luminoso sotto la forma $x = ct$; e quella del moto dell'origine K' sotto la forma $x = vt$; e poi ha ritenuto che le due x e le due t fossero le stesse..... per lo meno per il punto K' mentre sono enormemente differenti!

Se egli, più abilmente, avesse scritto le due equazioni sotto la forma: $x = ct$ ed $x_1 = vt_1$, allora non si sarebbe confuso e non avrebbe scambiato i due primi elementi con i secondi.

E così le formule di Lorentz non sarebbero state determinate; e le teorie di relatività non sarebbero sorte, e non avrebbero posto a rumore il campo degli scienziati e quello dei non scienziati!

Ritornando agli orologi si deve dunque ritenere che è evidentemente assurda l'affermazione che: «l'orologio in stato di moto batte più lentamente che in stato di quiete» perchè deriva da una lunga serie di errori.

Abbiamo visto che la quarta equazione di Lorentz può assumere la

forma: $t' = t \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. Da questa si ha: $t' = t \sqrt{\frac{c - v}{c + v}}$ e

$t = t' \sqrt{\frac{c + v}{c - v}}$. Questa equazione, per $t' = 0$ e $t' = 1$, assume

i due valori $t = 0$ e $t = \sqrt{\frac{c + v}{c - v}}$.

La loro differenza è $\sqrt{\frac{c + v}{c - v}}$. Questo valore, per $v = c$, diviene infinito.

Da ciò si conclude che, se il sistema K' assume una velocità c eguale a quella della luce, mentre in esso passa un secondo (od anche una frazione minima di un secondo presa per unità di tempo) in quello K passa un tempo infinito!

Questa è un'altra delle conclusioni strane cui si perviene interpretando le formule derivanti da quelle di Lorentz con i criteri seguiti da Einstein; e risparmio ai lettori la citazione delle esilaranti cretinerie che alcuni matematici hanno voluto imbastire su tali formule!

Per terminare questa lunga discussione sulle aste metriche che si accorciano e sugli orologi che battono più lentamente allorchè sono in moto, lancerò ora il razzo finale; e dimostrerò, seguendo gli stessi me-

todi e gli stessi ragionamenti di Lorentz e di Einstein, che le aste metriche si allungano e gli orologi accelerano le loro battute allorchè sono in moto.

Cominciamo dalle aste metriche e riproduciamo le parole di Einstein.

Dispongo un'asta metrica lungo l'asse x' di K' in modo che un estremo cada nel punto $x' = 0$ e l'altro nel punto $x' = 1$. Qual'è la lunghezza dell'asta metrica rispetto a K ? Per sapere ciò occorre ricercare ove si trovano gli estremi dell'asta rispetto a K . Poichè un estremo di tale asta si trova nel punto $x' = 0$, per tale punto si avrà pure

$$t' = 0. \text{ Allora dalla quarta formula di Lorentz } t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \text{ si}$$

ha: $t - \frac{v}{c^2} x = 0$; ossia $t = \frac{v}{c^2} x$. Sostituendo questo valore di t nella

$$\text{prima equazione di Lorentz } x' = \frac{x - v t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \text{ si ha: } x' = \frac{x - \frac{v^2}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\text{ossia: } x' = x \frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \text{ Quindi: } x' = x \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \text{ Da questa si}$$

$$\text{ha: } x = \frac{x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \text{ Se dunque si pone in questa equazione } x' = 0$$

$$\text{ed } x' = 1, \text{ si ha: } x = 0 \text{ ed } x = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \text{ La differenza di questi}$$

$$\text{due valori di } x \text{ è dunque: } \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \text{ ed essa rappresenta, rispetto}$$

al sistema K , il valore 1 dell'asta metrica disposta in K' .

Ma relativamente a K l'asta metrica si muove con velocità v ; dunque la lunghezza di un metro mobile in direzione della sua lunghezza è

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \text{ metri.}$$

Ora, poichè tale valore è maggiore dell'unità, si conclude che:

L'asta rigida in moto è così più lunga che se fosse in quiete; e tanto più lunga quanto più velocemente è mossa. Per $v = c$ la sua lunghezza sarebbe infinita.

Questa conclusione, tratta dalle formule di Lorentz con ragionamenti ed operazioni che hanno la stessa serietà (!) e lo stesso peso di quelli impiegati da Lorentz e da Einstein, è precisamente contraria a quella tratta da costoro!

Passiamo ora agli orologi.

Poichè l'orologio è posto in K' , si ha: $t' = 0$. Allora dalla quarta equazione di Lorentz si ha: $t - \frac{v}{c^2} x = 0$ ed $x = \frac{c^2 t}{v}$. Sostituiamo questo valore di x nella prima equazione di Lorentz; si ha:

$$x' = \frac{\frac{c^2 t}{v} - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \text{ ossia: } x' = t \frac{\frac{c^2}{v} - v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

$$\text{Ma } x' = ct'; \text{ quindi si ha: } ct' = t \frac{\frac{c^2}{v} - v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Dividendo per c i due membri di questa equazione si ha:

$$t' = t \frac{\frac{c}{v} - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \text{ ossia } t' = t \frac{\frac{c}{v} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Da questa si ha: $t' = t \frac{c}{v} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$; e, ponendo $\frac{c}{v}$ sotto il radicale, si ha: $t' = t \sqrt{\frac{c^2}{v^2} - 1}$; da cui: $t = t' \frac{1}{\sqrt{\frac{c^2}{v^2} - 1}}$.

Poniamo ora in questa equazione $t' = 0$ e $t' = 1$, si ha: $t = 0$ e $t = \frac{1}{\sqrt{\frac{c^2}{v^2} - 1}}$. La differenza fra questi due valori è $\frac{1}{\sqrt{\frac{c^2}{v^2} - 1}}$.

Questa espressione, per tutti i valori di v che sono minori di $\frac{c}{\sqrt{2}}$ (ossia per quasi tutti i valori possibili di v) è minore dell'unità.

Quindi si conclude che, quando l'orologio si muove con quasi tutte le velocità possibili che può assumere, *batte più celeremente* di quando è in quiete.

Questa conclusione, come si vede, è contraria a quella tratta da Lorentz e da Einstein!

Dunque ho ampiamente dimostrato che dalle formule di Lorentz, seguendo gli stessi criteri e gli stessi ragionamenti fatti da Lorentz e da Einstein, si può giungere, in riguardo alle aste metriche che si accorciano ed agli orologi che rallentano allorchè sono in moto, a conclusioni perfettamente contrarie a quelle asserite da Lorentz e da Einstein.

Sono ora soddisfatti i relativisti?

Debbo fare ancora un'ultima considerazione sull'argomento.

È puerile che, per dimostrare la relazione fra i tempi t e t' , si ricorra al concetto di *porre un orologio nell'origine K'* ; come se realmente il moto di tale origine dovesse influire sul numero delle oscillazioni di un pendolo o di un bilanciere! L'orologio potrebbe essere anche una vecchia clepsidra; ed allora il moto dell'origine K' influirebbe sulla velocità di caduta della polvere!

È evidente che Einstein, nel dire: *poniamo un orologio in K'* , ha voluto dire: *consideriamo il tempo t' relativo al sistema K'* .

Ciò osservo perchè alcuni matematici hanno creduto che realmente fossero gli orologi a ritardare se posti in K' .

Se questa fosse realmente l'opinione di Lorentz e di Einstein, non vi sarebbe alcun manicomio capace di contenere tanta pazzia!

D'altra parte la dimostrazione che gli orologi ritardano se posti in K' , è tratta dalle formule di Lorentz; nelle quali si considerano i tempi t e t' relativi a K ed a K' , e non si considerano gli orologi.

Perciò la relazione $t = \frac{t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ dice che il tempo t è sempre

maggiore di quello t' ; e non vuol dire che l'orologio, posto in K' , avanza o ritarda rispetto ad un altro posto in K .

Concludendo: mi sembra dunque di avere esaurientemente dimostrato che, dovunque ci aggiriamo in questo campo, ci troviamo di fronte a ragionamenti errati, a sostituzioni arbitrarie ed impossibili ed a deduzioni assurde.

Discussione sulle formule di Lorentz

Prof. S. BRACCIALINI
(Generale di Artiglieria)

(Continuazione e fine, v. N. 12 del 1924)

ADDIZIONE DELLE VELOCITÀ.

L'espressione algebrica della somma delle velocità secondo le teorie di relatività è stata dedotta come segue:

Einstein scrive: « Abbiamo visto che se v è la velocità di un treno, w quella di un viaggiatore relativa al treno stesso, e W quella di un viaggiatore relativa alla sede stradale; secondo Galileo si ha: « $W = w + v$ (a). Invece la formula, secondo le teorie di relatività, è: « $W = \frac{w + v}{1 + \frac{wv}{c^2}}$ (b). Per avere questa formula consideriamo, in

« luogo di un viaggiatore che si muove nel treno, un punto che si muove « rispetto al sistema K' secondo l'equazione: $x' = wt'$ (c). Sostituiamo « ad x' e t' i valori tratti dalla prima e dalla quarta equazione di « Lorentz..... ».

Qui osservo subito che non è permesso il sostituire alle x' e t' dell'equazione (c) le x' e t' della prima e della quarta equazione di Lorentz; perchè queste sono relative al moto di un segnale luminoso con velocità c e provengono dalle equazioni $x = ct$ ed $x' = ct'$, e quelle sono relative al moto di un corpo qualsiasi con velocità w ed appartengono all'equazione $x' = wt'$. Quindi, poichè c è ben differente da w , anche le due x' e le due t' sono ben differenti fra loro; ed è assurdo il voler sostituire le une alle altre.

Lorentz ed Einstein hanno stabilito le formule della cosiddetta Trasformazione di Lorentz per il moto di un segnale luminoso; e poi intendono applicarle al moto di un qualsiasi corpo, come se la luce dovesse regolare ogni movimento. Questo concetto arbitrario non può

essere giustificato da nessuna ragione nè logica nè matematica. È naturale, dunque, che esso debba condurre a conclusioni errate e false.

Ad ogni modo, vediamo come Einstein procede.

La prima e la quarta equazione di Lorentz sono:

$$x' = \frac{x - v t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{e} \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Sostituiamo questi due valori nell'equazione $x' = w t'$, si ha:

$$\frac{x - v t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = w \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Ossia: $x - v t = w (t - \frac{v}{c^2} x)$ (d).

Faccio considerare al lettore che in questa equazione (d), che si fa derivare dalla (c), le coordinate x' e t' del moto del corpo considerato sono sparite; e ad esse sono subentrate le coordinate x e t , che si vogliono gabellare per quelle del corpo rispetto al sistema K , ma che in realtà sono le coordinate del moto di un segnale luminoso rispetto allo stesso sistema. È chiaro, è evidente che questi non sono procedimenti rigorosi di matematica razionale; ma sono giuochi di prestigio, che possono essere immaginati ed impiegati soltanto dal matematico infatuato e delirante nei suoi calcoli e nelle sue teorie, e spinto dall'illusione di poter sconvolgere con esse tutto lo scibile umano. Fa meraviglia però che altri matematici possano accettare e magnificare tali stramberie. Ad ogni modo il lettore ritenga bene che le x e t dell'equazione (d) sono quelle, rispetto al sistema K , del moto di un segnale luminoso con velocità c ; e non quelle del moto del corpo considerato con velocità w .

Einstein seguita: «Dalla formula (d) si ha: $x \left(1 + \frac{w v}{c^2}\right) = t (w + v)$.

« Da questa si ha: $\frac{x}{t} = \frac{w + v}{1 + \frac{w v}{c^2}}$ (e). Ma $\frac{x}{t}$ è la velocità del

« punto considerato rispetto al sistema K (!); quindi, chiamandola W , « si ha:

$$W = \frac{w + v}{1 + \frac{w v}{c^2}} \quad (b) \quad ».$$

Però il ritenere $\frac{x}{t} = W$ costituisce un secondo errore in cui sono caduti Lorentz ed Einstein; perchè, come sopra ho detto, le x e t delle formule (d) e (e) non appartengono al moto del punto considerato, ma bensì al moto del segnale luminoso e provengono dall'equazione $x = ct$. Perciò nell'equazione (e), se fosse possibile ammetterla, si dovrebbe porre $\frac{x}{t} = c$ e non $\frac{x}{t} = W$.

Per dimostrare a quali assurdi si perviene con tali sostituzioni arbitrarie, consideriamo ancora l'equazione $x' = w t'$ stabilita da Einstein per il moto di un punto con velocità w rispetto al sistema K' . Supponiamo, come hanno fatto Lorentz ed Einstein, che si possano sostituire in essa ad x' e t' i valori dati dalla prima e dalla quarta formula di Lorentz. Avremo:

$$\frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = w \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (g).$$

Consideriamo ora un altro punto che si muova, rispetto al sistema K' con velocità z . La equazione del suo moto sarà: $x' = z t'$. Sostituiamo in questa equazione ad x' e t' le x' e t' della prima e della quarta equazione di Lorentz. Avremo:

$$\frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = z \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (h).$$

Ora è evidente che, nelle due equazioni (g) ed (h), le x t v c sono identiche; perchè provengono dalle stesse due equazioni di Lorentz, e non possono certo cambiare allorchè sono introdotte o nell'equazione $x' = w t'$ od in quella $x' = z t'$ differenti fra loro; a meno che un colpo di bacchetta magica relativistica non le faccia cambiare.

Premesso ciò, dividiamo membro a membro le due equazioni (g) ed (h); si ottiene: $1 = \frac{w}{z}$; ossia $z = w$!

Da ciò si conclude che, se fosse possibile sostituire nelle equazioni del moto dei corpi rispetto al sistema K' , alle loro x' e t' , le x' e t' della prima e della quarta formula di Lorentz, ne risulterebbe che tutte le velocità di essi corpi dovrebbero essere eguali fra loro:

Questo risultato non ha bisogno di commenti.

Riassumendo dunque si deve ritenere che la formula (b) della

composizione delle velocità secondo le teorie di relatività è profondamente errata.

Ed è con questi procedimenti di una matematica futurista che si vogliono demolire i postulati che il buon senso e l'esperienza hanno stabilito!

Per far toccare con mano quanto sia vero che i procedimenti di Lorentz e di Einstein appartengono ad una matematica *irrazionale*, farò vedere come, colle stesse formule di Lorentz, si possa ottenere un'altra formula ben diversa di quella ottenuta da Lorentz per la composizione delle velocità.

La prima e la quarta formula di Lorentz sono:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{e} \quad t' = t \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Da esse si ha:

$$x = vt + x' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \text{e} \quad t = t' \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c}} \quad (l).$$

Seguiamo ora il procedimento di Lorentz e di Einstein; ed impieghiamo le stesse parole.

* Invece di un viaggiatore consideriamo un punto che si muove rispetto al sistema K secondo l'equazione $x = Wt$ (m). Sostituiamo ad x e t i valori (l) tratti dalla prima e dalla quarta formula di Lorentz. Avremo:

$$vt + x' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = Wt' \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c}}.$$

Da questa si ha:

$$x' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = Wt' \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c}} - vt.$$

Sostituiamo a t il suo valore (l); avremo:

$$x' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = Wt' \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c}} - vt' \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c}}.$$

Da cui:

$$x' = t' \frac{W - v}{1 - \frac{v}{c}}; \text{ ossia: } \frac{x'}{t'} = \frac{W - v}{1 - \frac{v}{c}} \quad (a).$$

Ma $\frac{x'}{t'}$ è la velocità del punto considerato rispetto al sistema K' .

Chiamando w tale velocità, la (a) diviene: $w = \frac{W - v}{1 - \frac{v}{c}}$. E da

questa si ha: $W = (w + v) - \frac{w v}{c}$ (o).

Dunque Lorentz ed Einstein hanno ottenuto:

$$W = \frac{w + v}{1 + \frac{w v}{c^2}} \quad (b);$$

ed io, seguendo gli stessi loro procedimenti, ottengo:

$$W = (w + v) - \frac{w v}{c} \quad (o).$$

Ora queste due formule sono molto differenti l'una dall'altra. Quindi io domando: Quale di esse è più attendibile?

Ai relativisti l'ardua sentenza. Io osservo che Einstein, allorchè tratta dell'esperienza del Fizeau, dice che la formula (b) può essere posta sotto la forma: $W = (w + v) - \frac{w^2 v}{c^2}$ (b)₁. Perciò i relativisti

possono dire che, in fondo, le due formule (o) e (b)₁ differiscono ben poco fra di loro; e che, quindi, si possono entrambe usare. Ma, se l'una o l'altra si possono usare, è lo stesso che ritenerle eguali; quindi si avrebbe $\frac{w^2 v}{c^2} = \frac{w v}{c}$; ossia: $\frac{w}{c} = 1$; e $w = c$. Ed allora le due formule (o) e (b)₁ divengono $W = w$. Quindi, in ultima analisi, si avrebbe che: $W = w = c!$

Questo risultato non è così straordinario come, a prima vista può sembrare; perchè, per ottenere i due valori (o) e (b)₁ di W , si è supposto che si possano sostituire, alle coordinate di un punto che si muove colla velocità W rispetto al sistema K o colla velocità w rispetto al sistema K' , le coordinate x e t oppure x' e t' tratte dalle formule di Lorentz che si riferiscono al moto di un segnale luminoso con velocità c tanto rispetto a K che a K' .

Il risultato ottenuto dimostra chiaramente che dette sostituzioni equivalgono al supporre che le velocità W e w del punto considerato rispetto a K ed a K' siano ambedue eguali a $c!$

ossia:

$$x' = \frac{\lambda + \mu}{2} x - \frac{\lambda - \mu}{2} k t \quad \text{e} \quad k' t' = \frac{\lambda + \mu}{2} k t - \frac{\lambda - \mu}{2} x.$$

Poniamo: $\frac{\lambda + \mu}{2} = a$ e $\frac{\lambda - \mu}{2} = b$. Avremo:

$$\begin{cases} x' = a x - b k t \\ k' t' = a k t - b x \end{cases} \quad (3).$$

Ora, per l'origine K' si ha sempre $x' = 0$. Quindi la prima delle (3) diviene: $a x - b k t = 0$; ossia: $a x = b k t$; da cui: $\frac{x}{t} = \frac{b k}{a}$. Ma per l'origine K' , dice Einstein, si ha: $\frac{x}{t} = v$. Dunque, eguagliando questi due valori di $\frac{x}{t}$, si ha: $\frac{b k}{a} = v$; da cui: $b = \frac{a v}{k}$.

Per il principio di relatività è poi chiaro che la lunghezza, giudicata da K , dell'unità di misura quiescente rispetto a K' , deve essere eguale alla lunghezza, giudicata da K' , dell'unità stessa quiescente rispetto a K . Per vedere come si presentano i punti dell'asse x' osservati da K , dovremo prendere una fotografia istantanea di K' da K ; ciò significa che dovremo assegnare a t (tempo di K) un valore determinato, per esempio: $t = 0$; ed allora dalla prima delle (3) abbiamo: $x' = a x$. Da questa equazione si ha: $\Delta x' = a \Delta x$, da cui $\Delta x = \frac{\Delta x'}{a}$. E, se $\Delta x'$ è l'unità di misura quiescente rispetto a K' , si ha: $\Delta x' = 1$. Quindi: $\Delta x = \frac{1}{a}$. Se invece si prende la fotografia da K' , bisogna porre $t' = 0$. Allora la seconda delle (3) diviene: $a k t - b x = 0$; da cui: $k t = \frac{b x}{a}$. Sostituendo questo valore nella prima delle (3) si ha: $x' = a x - \frac{b^2 x}{a}$; ossia: $x' = \frac{a^2 - b^2}{a} x$. Da questa si ha: $\Delta x' = \frac{a^2 - b^2}{a} \Delta x$. E, se Δx è l'unità di misura quiescente rispetto a K , si ha: $\Delta x = 1$. Quindi: $\Delta x' = \frac{a^2 - b^2}{a}$. Ma per le cose dette, le due fotografie devono essere eguali; e perciò Δx deve essere eguale a $\Delta x'$. Quindi si ha: $\frac{1}{a} = \frac{a^2 - b^2}{a}$. Dunque: $a^2 - b^2 = 1$.

Sostituendo in questa il valore $b = \frac{av}{k}$ si ha: $a^2 - \frac{a^2 v^2}{k^2} = 1$; da cui: $a^2 \left(1 - \frac{v^2}{k^2}\right) = 1$. Quindi:

$$a = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}} \quad \text{e} \quad b = \frac{\frac{v}{k}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}}$$

Sostituendo questi valori di a e di b nelle (3) si ha:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}} \quad \text{e} \quad k't' = \frac{kt - \frac{v}{k}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}} \quad (4)$$

Dalle quali si ottiene:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}} \quad \text{e} \quad t' = \frac{k}{k'} \frac{t - \frac{v}{k^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}} \quad (5)$$

Si sono ottenute così, per il moto di un punto qualsiasi M , le coordinate x' e t' relative al sistema K' in funzione delle coordinate x e t relative al sistema K , e delle velocità k , k' e v .

Queste due espressioni di x' e t' hanno evidentemente lo stesso valore di quello delle formule di Lorentz relative al moto di un segnale luminoso, perchè sono state ottenute seguendo lo stesso procedimento di calcolo.

Ciò è tanto vero che, se poniamo in esse $k = k' = c$ (supponendo cioè che il punto M sia il segnale luminoso che si muove colla stessa velocità c tanto rispetto a K che a K'), si riproducono le stesse formule di Lorentz.

Premesso ciò, vediamo a quali conseguenze si giunge.

È evidente che noi potremo applicare le formule (5) in tutti i casi nei quali Lorentz ed Einstein hanno impiegato le corrispondenti formule di Lorentz.

Applichiamole, dunque, al problema delle aste metriche in moto.

Einstein dice: « Dispongo un'asta metrica lungo l'asse x' di K' in modo che un estremo cada nel punto $x' = 0$ e l'altro nel punto $x' = 1$. Qual'è la lunghezza dell'asta metrica rispetto a K ? Per sapere ciò occorre ricercare ove si trovano gli estremi dell'asta rispetto a K . Per il

tempo $t = 0$ le ascisse di quei due punti sono date..... dalla prima equazione di Lorentz..... ». Io, invece, dico. Per il tempo $t = 0$ le ascisse di quei due punti sono date dalla prima delle equazioni (5); dalla quale, per $t = 0$, si ha: $x = x' \sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}$.

Poniamo in questa $x' = 0$ ed $x' = 1$, si ha:

$$x = 0 \text{ ed } x = \sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}.$$

La differenza fra questi due valori è $\sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}$; ed essa rappresenta, rispetto a K , il valore 1 dell'asta metrica disposta, come si è detto, in K' . Ma, relativamente a K , l'asta metrica si muove con velocità v ; dunque la lunghezza di un metro mobile in direzione della sua lunghezza è di $\sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}$ metri.

Ora, dalla espressione $\sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}$ si deduce quanto segue:

Sino a che la velocità k del punto mobile M rispetto a K è maggiore della velocità v dell'origine K' rispetto a K , detta espressione è finita e minore dell'unità. Quindi si deduce, come Lorentz ed Einstein che: « l'asta rigida in moto è così più breve che se fosse in quiete; e tanto più breve quanto più velocemente è mossa. Per $v = k$ sarebbe $\sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}} = 0$; e, per velocità di v anche maggiori, la radice sarebbe imaginaria. Concludiamo da tutto ciò che k è una velocità limite che nessun corpo può raggiungere, e tanto meno sorpassare ».

Questa è dunque la conseguenza che si trova dalle formule (5), che sono rigorose al pari di quella di Lorentz.

Ma, poichè il valore di k è arbitrario e può essere anche piccolissimo ed infinitesimo, così si conclude che i corpi non possono assumere nessuna velocità che abbia un valore apprezzabile!

Ora io sfido qualsiasi reattivista a confutare seriamente questi miei ragionamenti senza ricorrere al solo argomento possibile, e cioè: che essi sono errati come quelli di Lorentz e di Einstein.

Passiamo ora agli orologi.

Einstein dice: « Consideriamo un orologio che batta i secondi, situato in quiete nel punto di origine $x' = 0$ del sistema K' ; siano $t' = 0$ e $t' = 1$ due colpi successivi di questo orologio; per i quali allora la prima e la quarta equazione di Lorentz forniscono..... ». Io,

invece, dico: per i quali la prima e la quarta delle (5) forniscono quel che segue.

Le (5) sono:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}} \quad \text{e} \quad t' = \frac{k}{k'} \frac{t - \frac{v}{k^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}}.$$

Ora, per $x' = 0$, dalla prima si ha: $x = vt$. Sostituendo nella seconda si ha:

$$t' = t \frac{k}{k'} \frac{1 - \frac{v^2}{k^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}}; \quad \text{ossia:} \quad t' = t \frac{k}{k'} \sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}.$$

E da questa si ha:

$$t = t' \frac{k'}{k} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}}; \quad \text{ossia:} \quad t = t' \frac{k'}{\sqrt{k^2 - v^2}}.$$

Ora, se poniamo in questa $t' = 0$ e $t' = 1$, si ha:

$$t = 0 \quad \text{e} \quad t = \frac{k'}{\sqrt{k^2 - v^2}}.$$

La differenza fra questi due valori è $\frac{k'}{\sqrt{k^2 - v^2}}$. Allora, seguendo Einstein, concludo che: «L'orologio si muove con velocità v rispetto a K ; quindi l'intervallo di tempo fra due colpi consecutivi giudicato da K non è un secondo ma di $\frac{k'}{\sqrt{k^2 - v^2}}$ secondi».

Discutiamo la espressione $\frac{k'}{\sqrt{k^2 - v^2}}$. Essa ha valore finito per $v < k$; infinito per $v = k$; ed immaginario per $v > k$.

Quindi, anche in questo caso, k sarebbe una velocità limite che nessun corpo può raggiungere e tanto meno sorpassare.

Il valore poi della espressione $\frac{k'}{\sqrt{k^2 - v^2}}$ è maggiore dell'unità (e perciò gli orologi in moto battono più lentamente) se $k' > \sqrt{k^2 - v^2}$; è eguale all'unità (e perciò gli orologi in moto battono il secondo) se $k' = \sqrt{k^2 - v^2}$; ed è minore dell'unità (e perciò gli orologi in moto battono più celeremente) se $k' < \sqrt{k^2 - v^2}$.

Questi risultati, che sono tanto differenti da quelli ottenuti da Lorentz e da Einstein, conducono ancora una volta alla sola conclusione possibile; e, cioè, che: i miei ragionamenti sono errati *come quelli di Lorentz e di Einstein*.

Ora applichiamo lo stesso metodo al problema della composizione delle velocità. « Consideriamo un punto che si muove, rispetto a K' , con velocità w . L'equazione del suo moto sarà: $x' = w t'$ ».

Sostituiamo in questa equazione, alle x' e t' , le x e t tratte dalle formule (5). Allora si ha:

$$\frac{x - v t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}} = w \frac{k}{k'} \frac{t - \frac{v}{k^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k^2}}};$$

ossia:

$$x - v t = w \frac{k}{k'} \left(t - \frac{v}{k^2} x \right).$$

Da questa si ha:

$$x - v t = \frac{w k}{k'} t - \frac{w v}{k k'} x.$$

Quindi:

$$x \left(1 + \frac{w v}{k k'} \right) = t \left(v + \frac{w k}{k'} \right).$$

Quindi:

$$\frac{x}{t} = \frac{v + \frac{w k}{k'}}{1 + \frac{w v}{k k'}}.$$

Ma, dice Einstein, $\frac{x}{t}$ è la velocità del punto considerato rispetto al sistema K . Quindi, chiamandola W , si ha.

$$W = \frac{v + \frac{w k}{k'}}{1 + \frac{w v}{k k'}} \quad (6).$$

Si ottiene così, per la composizione delle velocità, un'altra formula che ha la stessa forma e la stessa *esattezza* di quella delle teorie di relatività; perchè è stata ottenuta cogli stessi ragionamenti e gli stessi metodi seguiti da Lorentz e da Einstein. Infatti, ponendo in essa $k = k' = \infty$ si riproduce la formula di Lorentz.

Perciò, poichè la formula (6) ha la stessa esattezza di quella $W = \frac{w + v}{1 + \frac{w v}{c^2}}$ (7) delle teorie di relatività, si ha il diritto di fare

ancora una volta la domanda: quale di essa è più giusta e quale si deve impiegare nei calcoli?

Si può rispondere con tutta sicurezza: nessuna delle due!

Le formule (5) e (6) si sono ottenute supponendo che le velocità del punto M (vedi pag. 6) siano k rispetto al sistema K , e k' rispetto al sistema K' . Si sono ottenute, dunque, nella ipotesi che le due velocità siano differenti fra di loro. Invece le formule di Lorentz e quella (7) si sono ottenute nella ipotesi che la velocità c del segnale luminoso rimanga invariata sia rispetto a K che a K' . Se noi facessimo la stessa ipotesi per il punto M , dovremmo porre nella (6) $k' = k$; ed allora

$$\text{essa diviene: } W = \frac{w + v}{1 + \frac{w v}{k^2}} \quad (8).$$

Come si vede questa formula ha la stessa forma di quella (7) della teoria di relatività.

È certo però che non è permesso supporre che un punto qualsiasi in moto abbia la stessa velocità sia rispetto a K che a K' , perchè ciò non è dimostrato dall'esperienza; mentre, secondo i relativisti, l'esperienza di Michelson e Morley ha dimostrato che la velocità c della luce non varia sia rispetto a K che a K' .

Allora vediamo se questa famosa esperienza di Michelson e Morley è attendibile.

ESPERIENZA DI MICHELSON E DI MORLEY.

Tale esperienza consiste essenzialmente in ciò che segue.

Si osservi un raggio luminoso, proveniente da una stella, mentre la terra, nel suo movimento intorno al sole colla velocità di 30 km. al secondo, muove direttamente contro esso raggio; e si osservi lo stesso raggio dopo sei mesi, allorchè la terra si muove con lui nello stesso senso. Allora la differenza fra le velocità della terra rispetto al raggio nelle due osservazioni è di 60 km. al secondo. Ora, se la velocità della luce rispetto alla terra in moto subisse una variazione, essa sarebbe constatata dall'apparecchio apposito impiegato nell'esperienza; e tale variazione sarebbe rivelata da un cambiamento relativo delle frangie dello spettro nelle due osservazioni. Ma, poichè nella esperienza di cui ci occupiamo tale cambiamento non è risultato, ne concludono

che la velocità della luce rispetto alla terra non ha cambiato di valore; abbenchè la velocità della terra rispetto alla luce abbia subito una variazione di 60 km. al secondo da un'osservazione e l'altra.

Contro tale deduzione osservo prima di tutto quanto contrasto vi sia nella frase: sebbene la velocità della terra abbia variato di 60 km. rispetto a quella della luce da un'osservazione all'altra, la velocità della luce rispetto a quella della terra non ha variato. La terra e la luce sono due corpi in moto relativo l'uno rispetto all'altro; ed è assolutamente inammissibile che, mentre la velocità del primo rispetto al secondo varia di 60 km., quella del secondo rispetto al primo rimanga invariabile.

Questo concetto è assurdo; e, d'altra parte, esso è anche contrario al principio di relatività nel senso datogli da Einstein stesso.

Discutendo poi l'esperienza, osservo che la differenza di 60 km. al secondo fra il valore della velocità della luce nelle due osservazioni rispetto al valore di circa 300 mila km. al secondo della velocità della luce è ben poca cosa. Questa, del resto, è anche l'opinione di Einstein; il quale scrive: « Le velocità delle stelle sono tanto piccole che si possono trascurare rispetto a quella della luce. Possiamo perciò considerare la materia come quiescente ».

Quindi si può ragionevolmente dubitare che sia possibile verificare il cambiamento relativo delle frangie nelle due osservazioni, malgrado che se ne asserisca la possibilità.

Osservo inoltre che il Righi ha in più memorie dimostrato che i calcoli di Michelson e Morley sono sbagliati; e tale asserzione non è stata ancora confutata.

Si consideri che la formula stabilita da Michelson per determinare il tempo di andata e ritorno, nell'apparecchio, del raggio luminoso

è: $t = \frac{0 M}{c-v} + \frac{0 M}{c+v}$. Ora in questa formula, che deve stabilire

l'ipotesi che la velocità della luce non si compone con quella v della terra, si ammette già implicitamente colle espressioni $c - v$ e $c + v$ che realmente si compone.

Inoltre, mentre che in seguito si stabilisce che la velocità c della luce è una velocità limite che non può essere mai sorpassata, invece, coll'espressione $c + v$ impiegata nella formula suindicata, si ammette che il raggio, nel ritorno, abbia una velocità $c + v$ maggiore di c .

Osservo ancora che alcune questioni sugli attraversamenti e riflessioni della luce su lamine e specchi non sono state ancora seriamente risolte; perciò nessuna esperienza del genere di quella del Michelson e Morley può ritenersi sicura.

Quindi si ha la ragione di ritenere che la ipotesi della invariabilità del valore della velocità della luce, sia relativamente ad un sistema K immobile che rispetto ad un sistema K' mobile uniformemente nella direzione stessa della luce, non è sufficientemente dimostrata.

Però, in appoggio di tale ipotesi, si fa ancora il seguente ragionamento.

Secondo il principio di relatività (in senso ristretto) generalmente ammesso, è stabilito che: « tutte le leggi che regolano i fenomeni della natura sono indipendenti dal sistema di assi cui si riferiscono ». Quindi, dicono i relativisti, poichè la velocità della luce è una legge che regola un fenomeno della natura, così essa deve essere indipendente dal sistema di assi cui si riferisce.

Ma io rispondo che:

Certamente il Principio di relatività (in senso ristretto), ora enunciato, è logico, giusto ed inoppugnabile; e sarebbe anche logico, giusto ed inoppugnabile il riferirlo alla velocità della luce *se tale velocità fosse la legge che regola il fenomeno della propagazione della luce stessa*.

Ma questo, invece, non è.

La velocità della luce non è la legge della propagazione della luce; perchè le velocità non sono mai state le leggi dei movimenti, ma parametri dei movimenti stessi.

La legge di propagazione della luce si enuncia così: *La luce si propaga nel vuoto in linea retta e con velocità costante*. E questa legge rimane invariabile per qualsiasi sistema di assi coordinati cui si riferisce. Ma il valore della velocità della luce non ha, nè può avere alcuna relazione con tale principio. Quindi l'ammettere che la velocità della luce sia una legge che regola un fenomeno della natura, è concetto errato.

Ma perchè, del resto, si deve ritenere che la velocità della luce non si componga colle altre velocità, sfuggendo così alla legge generale della composizione delle velocità ammessa dalla meccanica classica sotto una forma e dalle teorie di relatività sotto un'altra?

L'energia luminosa e l'atomo luminoso, ammessi nella teoria di Einstein, hanno una massa; quindi l'atomo luminoso si deve considerare come un corpo qualsiasi in moto, e non vi è alcuna ragione logica che possa indurre ad accettare il concetto che la sua velocità non si debba comporre colle altre; sfuggendo, come ho detto, ad una legge generale.

Questo concetto è illogico; e tutto ciò che è illogico, è assurdo. Riassumendo: la ipotesi che il valore della velocità della luce debba rimanere invariabile, sia rispetto ad un sistema K di assi immobili, sia rispetto ad un sistema K' in moto rettilineo ed uniforme rispetto a K , non è dimostrato dalla esperienza di Michelson e Morley, e non rientra

nel Principio di relatività (in senso ristretto), perchè la velocità della luce non è una legge che regola un fenomeno della natura. Quindi tale ipotesi è errata; e, poichè su di essa si fondano le formule di Lorentz e le teorie di Einstein, si deve concludere che esse sono errate..... come, del resto, ho già ampiamente dimostrato.

In appoggio della formula della composizione delle velocità secondo le teorie di relatività ed anche in appoggio di tali teorie, si cita la esperienza di Fizeau.

Vediamo, dunque, in che cosa essa consiste.

ESPERIENZA DI FIZEAU.

Einstein scrive: « La legge della composizione delle velocità secondo Galileo è: $W = w + v$ (a) e secondo Lorentz è $W = \frac{w + v}{1 + \frac{w v}{c^2}}$ (b).

« Quale delle due regge di fronte all'esperienza? Su ciò ci dà luce un importantissimo esperimento che il geniale fisico Fizeau eseguì oltre mezzo secolo fa. L'esperimento riflette la seguente questione. In un fluido in quiete la luce si propaga con una certa velocità w . Come si propaga essa in un fluido che corra con velocità v ? Ci è nota la velocità w della luce rispetto al fluido in quiete, e la velocità del fluido rispetto al tubo. È chiaro che qui si verifica la stessa condizione già da noi considerata trattando di un viaggiatore che si muove in un treno in moto. Il tubo tiene luogo della sede stradale, ossia del sistema K ; in luogo del treno, ossia del sistema K' , sta il fluido; e finalmente la luce tiene luogo del viaggiatore mobile nel treno.

« Chiamando W la velocità della luce rispetto al tubo; dalle equazioni (a) e (b) risulterà se e fino a qual punto corrisponda a realtà la trasformazione di Galileo o quella di Lorentz.

« La formula (b) di Lorentz può essere posta sotto la forma: $W = (w + v) \left(1 + \frac{w v}{c^2} \right)^{-1}$. Ma, poichè $\frac{w v}{c^2}$ è piccolo di fronte ad 1, il termine $\left(1 + \frac{w v}{c^2} \right)^{-1}$ si può sviluppare in serie; e si possono trascurare tutti i termini di questa a partire dal secondo. Quindi si ottiene: $W = (w + v) \left(1 - \frac{w v}{c^2} \right)$ (c). Ossia:

$$W = w + v - w \frac{w v}{c^2} - v \frac{w v}{c^2};$$

« da questa si ha :

$$W = w + v - \frac{w^2 v}{c^2} \left(1 + \frac{v}{w} \right).$$

« Ora, poichè $\frac{v}{w}$ è piccolissimo, si può trascurare. Perciò si ha:

$$W = w + v \left(1 - \frac{w^2}{c^2} \right).$$

« Ma si sa che $\frac{w^2}{c^2} = \frac{1}{n^2}$, essendo n l'indice di rifrazione del fluido.

« Quindi si ha: $W = w + v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$ (d); che è la formula ottenuta « da Fizeau nella suindicata esperienza. Perciò questa esperienza dimostra che la trasformazione (b) di Lorentz corrisponde a realtà, e « non vi corrisponda quella (a) di Galileo ».

Invece tutto ciò è erroneo e lo dimostro.

Per passare dalla formula di Lorentz $W = \frac{w + v}{1 + \frac{w v}{c^2}}$ a quella

del Fizeau $W = w + v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$ Einstein pone dapprima la formula di Lorentz sotto la forma $W = (w + v) \left(1 + \frac{w v}{c^2} \right)^{-1}$; poi sviluppa in serie il termine $\left(1 + \frac{w v}{c^2} \right)^{-1}$ e trascura tutti i termini della serie a partire dal secondo. In seguito trascura anche il termine $\frac{v}{w}$. Ora, questo procedimento non è esatto e conduce in errore.

Infatti la formula di Lorentz si può porre sotto la forma:

$$W = (w + v) \frac{1}{1 + \frac{w v}{c^2}} \quad (h). \text{ Einstein, dopo aver sviluppato in serie}$$

il termine $\left(1 + \frac{w v}{c^2} \right)^{-1}$, dice che si può ritenere con grande approssimazione:

$$W = (w + v) \left(1 - \frac{w v}{c^2} \right) \quad (c). \text{ In sostanza dunque}$$

egli, per passare dalla formula (h) esatta a quella (c) approssimata suppone che si possa ritenere: $\frac{1}{1 + \frac{w v}{c^2}} = 1 - \frac{w v}{c^2}$ (m).

Invece questo è l'errore; perchè, se l'eguaglianza (m) fosse possibile, si avrebbe da essa: $= 1 \left(1 - \frac{w v}{c^2} \right) \left(1 + \frac{w v}{c^2} \right)$; ossia: $1 = 1 - \frac{w^2 v^2}{c^4}$. Da cui $\frac{w^2 v^2}{c^4} = 0$ e $\frac{w v}{c^2} = 0$.

Dunque, per ottenere la formula approssimata (c) da quella esatta (h), Einstein implicitamente ha supposto $\frac{w v}{c^2} = 0$. Ma, facendo tale supposizione, la formula $W = \frac{w + v}{1 + \frac{w v}{c^2}}$ della composizione delle velocità secondo Lorentz diviene: $W = w + v$, che è quella di Galileo. Perciò la supposizione $\frac{w v}{c^2} = 0$ distrugge la formula di Lorentz e rende valida quella di Galileo!

D'altra parte, per la sua dimostrazione, Einstein, non solo trascura tutti i termini a partire dal secondo della suindicata serie, ma trascura poi anche il termine $\frac{v}{w}$. Ma io osservo che il termine $\frac{w v}{c^2}$ si può scomporre in $\frac{w^2}{c^2} \times \frac{v}{w}$. Ora, in questa espressione, $\frac{w^2}{c^2}$ è inferiore all'unità perchè w è minore di c . Quindi evidentemente $\frac{w v}{c^2}$, essendo eguale a $\frac{v}{w}$ moltiplicato per un numero minore dell'unità, è minore di $\frac{v}{w}$. Dunque, se si può trascurare $\frac{v}{w}$, a maggior ragione si può trascurare $\frac{w v}{c^2}$.

Mi si potrà domandare: ma perchè Einstein e tanti insigni matematici suoi seguaci non hanno rilevato queste osservazioni che sono così chiare ed inoppugnabili?

La risposta è ben facile.

Prima di tutto il trascurare termini che si credono piccolissimi rispetto agli altri è cosa tanto comune che i matematici, specialmente se sublimi, non vi prestano la dovuta attenzione e passano oltre.

In secondo luogo qui si tratta di piccole operazioni di Algebra sulle quali i grandi matematici sdegnano riflettere; e che danno da pensare soltanto a qualcheduno di coloro che, come me, appartengono alla numerosa falange dei matematici spiccioli.

Questa riflessione, dunque, può spiegare la apparente cecità di

Lorentz e di Einstein nello sviluppo dei loro calcoli e dei loro ragionamenti.

Dopo tutto ciò si conclude che la dimostrazione di Einstein per derivare la formula del Fizeau da quella di Lorentz è errata.

Ma allora, come spiegare la formula (d) del Fizeau che sembra contraddire quella (a) di Galileo?

Einstein dice che, nella esperienza del Fizeau, ci troviamo nello stesso caso di un viaggiatore che cammina in un treno in moto. Il viaggiatore è la luce, il treno è il fluido, e la sede stradale è il tubo. Io osservo però che il treno imprime al viaggiatore *tutta la sua velocità* v ; quindi la velocità del viaggiatore rispetto alla sede stradale può essere $w + v$. Ma non è dimostrato che il fluido nel tubo imprime alla luce *tutta la sua velocità*. È dunque possibile e logico il ritenere che la luce *sia soltanto parzialmente trasportata dal fluido*; ed allora il valore della sua velocità rispetto al tubo può essere $W = w + v \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$; valore alquanto minore di $W = w + v$. Quindi, ammessa tale ipotesi, la esperienza del Fizeau non contraddice la formula di Galileo e può coesistere con essa.

D'altra parte: è proprio vera l'affermazione di Einstein che, nella esperienza del Fizeau, si verifica la stessa condizione considerata allorchè si trattava di una sede stradale fissa, di un treno che corre su di essa, e di un viaggiatore che cammina sul treno?

Non lo credo.

Einstein dice che, nella esperienza del Fizeau; il tubo tiene luogo della sede stradale, ossia del sistema fisso K ; il fluido tiene luogo del treno, ossia del sistema mobile K' ; e finalmente la luce sta in luogo del viaggiatore che cammina nel treno.

Invece tutto ciò non è esatto.

Per dimostrarlo esaminiamo i due casi: quello prospettato da Einstein, ed al quale si riferisce la formula (b) della composizione delle velocità secondo le teorie di relatività; e quello della esperienza del Fizeau.

Nel primo caso, per stabilire la detta formula $W = \frac{w + v}{1 + \frac{w v}{c^2}}$

della composizione delle velocità, si suppone che un punto abbia una velocità w rispetto all'origine mobile K' , e si pone l'equazione $x' = w t'$; nella quale alle x' e t' si sostituiscono le x e t delle formule di Lorentz. Quindi w è la velocità del punto rispetto all'origine mobile K' , ossia rispetto al sistema mobile K' .

Invece nella formula $W = w + v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$, dovuta alla esperienza del Fizeau, w rappresenta il valore della velocità della luce *nel fluido immobile*; e perciò w rappresenta la velocità della luce anche *rispetto al tubo immobile, sistema K , allorchè il fluido è immobile in esso*.

In sostanza dunque, la formula del Fizeau dice: che la velocità W della luce *rispetto al tubo allorchè il fluido si muove in esso con velocità v* , è eguale alla velocità w della luce rispetto al tubo ed al fluido allorchè questo è immobile, aumentata della quantità $v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$.

Invece la formula $W = w + v \left(1 - \frac{w^2}{c^2} \right)$, che deriva dalla formula $W = \frac{w + v}{1 + \frac{w v}{c^2}}$ e che Einstein pone a rapporto colla for-

mula del Fizeau, dice che la velocità W di un punto rispetto ad un sistema K immobile (tubo), è eguale alla velocità w del punto stesso rispetto ad un sistema K' mobile con velocità v (fluido in moto con velocità v) aumentata della quantità $v \left(1 - \frac{W^2}{c^2} \right)$ che è eguale a $v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$.

Perciò nel primo caso w rappresenta la velocità della luce *rispetto al fluido immobile*; e nel secondo caso rappresenta la velocità della luce *rispetto al fluido in moto con velocità v* .

I due casi sono dunque ben differenti fra loro.

Da tutto ciò si conclude che la esperienza del Fizeau è citata a sproposito come prova delle teorie di relatività.

Studio critico sulle teorie di relatività

Seguito della discussione sulle formule di Lorentz pubblicata nei numeri 12
del 1924 ed 1 del 1925 de « Il Politecnico »

Prof. Gen. SCIPIONE BRACCIALINI

LE TEORIE DI RELATIVITÀ SECONDO EINSTEIN.

Nei numeri 12 del 1924 ed 1 del 1925 ho presentato ai lettori de « Il Politecnico » un'ampia discussione sulle formule di Lorentz, e sulle conseguenze che da esse formule si è creduto trarre.

Nella mia critica ho seguito l'esposizione elementare pubblicata da Einstein stesso; riportandone interi brani.

Ora esporrò il seguito della pubblicazione di Einstein; facendovi quelle osservazioni che credo più opportune per dimostrare l'inconsistenza e la fallacità degli argomenti ivi contenuti, in sostegno e delucidazione delle teorie di relatività.

Onde essere più esatto riporterò ancora, fra due virgolette, interi brani di detta pubblicazione (tradotta in italiano dall'Ingegnere Calisse); ai quali seguirà la mia critica.

Nel paragrafo intitolato « Spazio e tempo nella meccanica classica » si legge: « Se io dicessi senza gravi riflessioni ed opportuni chiarimenti: La meccanica ha per iscopo di determinare come i corpi mutano col tempo la loro posizione nello spazio, mi assumerei sulla coscienza parecchi peccati mortali contro il santo spirito della chiarezza. È bene svelare subito questi peccati.

« Non è chiaro che cosa s'intenda per *posizione* e *spazio*.

« Mi trovo in un treno ferroviario, viaggiante con velocità uniforme, alla finestra della vettura; e lascio cadere una pietra sull'argine stradale senza imprimerle alcuna spinta. Allora, prescindendo dall'influsso

della resistenza dell'aria, vedo cadere la pietra a terra secondo una linea retta. Un viandante, che contemporaneamente osserva dalla via pedonale, vede cadere la pietra a terra secondo un arco di parabola. Domando allora: I luoghi per i quali la pietra passa si trovano *effettivamente* su di una retta o su di una parabola? Che cosa significa: nello spazio fuori del movimento? ».

Io alla prima domanda rispondo che: I luoghi per i quali passa *effettivamente* la pietra non sono, nè su di una retta, nè su di una parabola.

E mi spiego.

Se, nel momento in cui lascia cadere la pietra senza imprimerle alcuna spinta, il viaggiatore osserva il punto dell'argine stradale che si trova verticalmente sotto la sua mano, vedrà che la pietra non cadrà

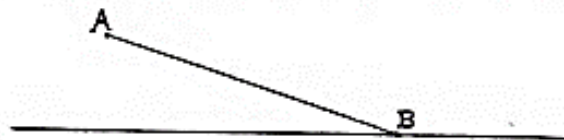


Fig. 1.

su di esso; ma cadrà invece su di un punto tanto più lontano da esso quanto maggiore è la velocità del treno. Allora, se ha il cervello bene equilibrato, farà il seguente ragionamento: Io ho lasciato cadere la pietra dal punto *A* ed essa è caduta nel punto *B*; quindi essa può aver percorso la traiettoria rettilinea *AB*, ma può anche aver percorso una qualsiasi altra traiettoria curvilinea da *A* a *B*; poichè, per me, tutte le curve che si possono tracciare da *A* a *B* e che sono poste nel piano che contiene i due punti e che passa per il mio sguardo si presentano nello stesso modo; hanno, cioè, la stessa apparenza.

D'altra parte il viandante, che osserva la caduta della pietra dalla via pedonale e che si trova collo sguardo nello stesso piano verticale contenente i due punti *A* e *B*, vede che la pietra stessa parte da un punto più vicino *A* per cadere in un punto più lontano *B* (o viceversa, a seconda che egli si trova od in coda od in testa al treno); quindi, se ha il cervello bene equilibrato anche lui, farà il seguente ragionamento: Io ho visto lasciar cadere la pietra dal punto più vicino *A* e l'ho vista cadere nel punto più lontano *B*; quindi essa può aver percorsa la traiettoria rettilinea *AB*, ma può anche aver percorso una qualsiasi altra traiettoria curvilinea da *A* a *B*; poichè, per me, tutte le curve che si possono tracciare da *A* a *B* e che sono poste nel piano che contiene i due punti e che passa per il mio sguardo si presentano nello stesso modo; hanno, cioè, la stessa apparenza.

I due osservatori, quindi, dal treno e dalla via pedonale hanno osservato e ragionato nello stesso modo.

Se invece il viandante, come suppone Einstein, è posto sopra una via pedonale esterna al piano verticale nel quale è la traiettoria percorsa dalla pietra, allora vede che tale traiettoria è una curva che si suole chiamare parabola, ma che in realtà non lo è... anche trascurando la resistenza dell'aria.

Ma io osservo che tale deduzione può essere fatta anche da un osservatore posto nel treno. Infatti suppongasi che alla vettura H , nella quale è posto colui che lascia cadere la pietra, sia rigidamente collegata una vettoretta laterale K ; e che in questa sia collocato un osservatore rivolto verso il treno. È chiaro che egli vedrà la pietra spostarsi come



Fig. 2.

lui stesso nel senso orizzontale colla stessa velocità sua; ma vedrà svolgersi la caduta secondo una curva, come l'osservatore laterale sulla via pedonale.

Quindi, anche in questo caso, tanto l'osservatore sul treno quanto quello posto lateralmente, giudicano il fenomeno nello stesso modo.

Da tutto ciò si conclude che: Per giudicare con esattezza un fenomeno di movimento è necessario che due osservatori siano posti in condizioni simili di luogo rispetto al fenomeno che si svolge... e niente altro.

La realtà, nell'esperienza citata, è questa. La pietra ha percorso una linea curva. E tale realtà può essere accertata tanto dal treno quanto dalla via pedonale.

Il voler dedurre, dunque, che tutti i movimenti sono relativi e che non vi è nulla di assoluto, è un concetto che non ha fondamento. Se Einstein, coi suoi ragionamenti ha voluto soltanto dimostrare che la traiettoria di un corpo in moto può sembrare diversa, e risultare diversa anche nei calcoli, a seconda degli assi cui s'è riferisce, ha ragione; ma lo sapevamo anche noi e non avevamo bisogno che ce lo spiegasse.

Infatti se noi riferiamo la discesa di un grave sulla superficie terrestre a due assi coordinati nel cui piano il grave discende, troviamo che percorre una traiettoria rettilinea e verticale, con una certa legge

di movimento. Ciò perchè abbiamo tacitamente supposto che il sistema di assi sia rigidamente collegato colla terra.

Se noi consideriamo invece anche il movimento della terra e riferiamo il movimento del grave ad un sistema supposto immobile nello spazio, allora risulterà che la traiettoria del grave stesso non è più rettilinea, ma è invece curvilinea; e non è neppure contenuta in un piano perchè il movimento della terra intorno al sole è curvilineo, e perchè la terra ruota intorno al suo asse. Inoltre la traiettoria così calcolata non è ancora la vera; perchè, per ottenere questa, è necessario tener conto anche del movimento di traslazione del Sole.

Tutto ciò è logico e chiaro, e significa che: se noi potessimo porre in calcolo tutte le cause che influiscono sopra il movimento di un grave che cade sulla superficie della terra, potremmo determinare pienamente la vera traiettoria da esso percorsa; riferita ad un sistema di assi immobili nello spazio.

Concludendo: È vero che il moto di un corpo è relativo al sistema di assi cui si riferisce; ma è altrettanto vero che il suo moto assoluto esiste, e che può essere pienamente determinato riferendolo ad un sistema di assi coordinati supposto immobile nello spazio; purchè si conoscano e si possano introdurre nei calcoli tutte le cause che influiscono sul moto.

Contro questa conclusione mi si potrà obiettare che non si può supporre che un sistema di assi coordinati sia immobile nello spazio; perchè, in questo, non esistono punti immobili.

A questa obiezione rispondo che mi riservo trattare quest'ardua questione in altro speciale lavoro.

Contesto però che tale obiezione possa essermi fatta dai relativisti, e specialmente da Einstein; perchè questi ha accettato e posto a fondamento delle sue teorie di relatività le formule di Lorentz; per dedurre le quali si suppone che un sistema di coordinate, detto K , sia considerato immobile nello spazio.

Esaurito questo argomento, Einstein discute sul: Sistema di coordinate galileano; e dice:

« È ben conosciuta tutta la legge fondamentale della meccanica galileo-newtoniana che va sotto il nome di *legge d'inerzia*: Un corpo, sufficientemente lontano da altri corpi, permane in istato di riposo o di movimento rettilineo uniforme. Questo teorema vale non soltanto per il movimento dei corpi, ma anche per i corpi di riferimento o sistemi di coordinate che devono essere adoperati nella descrizione meccanica. Le stelle fisse visibili sono corpi ai quali può applicarsi con grande approssimazione il teorema d'inerzia. Rispetto ad un sistema

di coordinate, che sia rigidamente collegato colla terra, ogni stella fissa nel corso di un giorno astronomico descrive un cerchio di raggio grandissimo in contraddizione colla legge d'inerzia. Se ci si attiene a questa legge, bisogna riferire i movimenti soltanto ai sistemi di coordinate rispetto ai quali le stelle fisse non compiano moti circolari. Un sistema di coordinate, che rispetto ad esso valga la legge d'inerzia, si chiamerà sistema di coordinate galileano. Soltanto per siffatti sistemi valgono le leggi della meccanica galileo-newtoniana ».

Einstein, dunque, parla di *legge d'inerzia* e *teorema d'inerzia* come se costituissero la base fondamentale della meccanica galileo-newtoniana. Invece non è così.

Prima di tutto non si può parlare nè di legge nè di teorema d'inerzia. Come Einstein chiama impropriamente *legge* la velocità della luce, chiama anche impropriamente *legge* l'inerzia dei corpi. Essa non è una legge. È semplicemente una caratteristica della materia, la quale può essere definita come segue: *Un corpo non può modificare il suo stato di riposo assoluto o di moto qualsiasi senza che una causa esterna ve lo costringa* (1).

(1) La meccanica galileo-newtoniana considera l'inerzia dei corpi nel seguente modo.

Allorchè un corpo passa dal riposo al moto noi constatiamo sempre che una causa esterna ha agito su di esso nel momento in cui l'osserviamo; oppure prima di tale momento. Quindi noi estendiamo naturalmente tale concetto anche nel caso in cui il corpo parte dal riposo assoluto. Ciò stabilito si conclude che, se un corpo si pone in moto senza che se ne veda la causa esterna, tale causa esiste senz'altro; però i nostri mezzi non possono rivelarne l'esistenza. Inoltre l'esperienza stessa ci ha dimostrato che se un corpo è in moto vario qualsiasi e le cause esterne agenti su di esso tendono a diminuire, il moto del corpo tende sempre più a divenire rettilineo ed uniforme. Da ciò si è concluso che questa sarebbe la natura del moto ove tutte le azioni e le resistenze non esistessero. Da tutti questi fatti si è dedotto il principio dell'inerzia della materia; che può essere enunciato: *Qualunque punto materiale in riposo vi resta fino a che qualche causa esterna, o forza, intervenga; e, se esso si muove senza che alcuna forza gli sia applicata, il suo moto è rettilineo ed uniforme.* Ma non bisogna credere che un corpo non entri per nulla nella produzione delle forze che possono agire su altri corpi; anzi i fenomeni naturali ci dicono che queste forze nascono dall'azione mutua dei corpi fra loro. Dunque l'inerzia si deve intendere nel seguente modo: *Un punto materiale non può cambiare da sè stesso il suo stato di riposo o di movimento rettilineo uniforme senza l'esistenza e l'azione di altri punti materiali.* Stabilito con tale concetto l'inerzia della materia, è chiaro che se un punto materiale, sotto l'azione di altri punti materiali, è in moto qualsiasi curvilineo vario, non può modificare da sè stesso la natura di tale moto; quindi, evidentemente, tale punto è *inerte* anche se è dotato di tale movimento.

Perciò il principio di inerzia della materia (o la legge d'inerzia, com'è impropriamente chiamata) sussiste per qualsiasi natura abbia il moto di un corpo.

Quindi se un corpo è immobile nello spazio, esso rimane sempre immobile sino a che una causa esterna intervenga; e, se questa causa è costituita da un impulso istantaneo, il corpo ubbidisce subito ad esso, e si pone in moto rettilineo uniforme con direzione e velocità dipendenti dalla direzione e dalla entità dell'impulso.

Ma, si noti bene, anche se un corpo fosse grande come parecchie stelle e se fosse immobile nello spazio, esso cederebbe immediatamente anche alla debole spinta istantanea di un dito di un fanciullo; e si porrebbe subito in moto rettilineo uniforme dipendente in velocità e direzione dalla debole spinta stessa.

Quindi si consideri quanto sia impropria l'espressione di *forza d'inerzia* di un corpo quando si vuole indicare con essa come una opposizione che un corpo fa alle cause che tendono ad imprimergli un movimento.

Da molti si crede, ed anche dai relativisti, che un corpo è inerte perchè è restio ad assumere un movimento allorchè è spinto; mentre in realtà deve ritenersi che egli è *incapace* ad assumere un movimento da sè stesso od a modificare quello che ha, se una causa qualsiasi... anche minima... non ve lo costringa.

Stando così le cose, si deve dunque parlare di legge di inerzia o di teorema d'inerzia nel senso dato loro da Einstein?

Questi enuncia la cosiddetta legge d'inerzia: « *Un corpo, sufficientemente lontano da altri corpi, permane in stato di riposo o di movimento rettilineo-uniforme....* ».

Con ciò intende che l'inerzia dei corpi sia una qualità loro inerente soltanto nello stato di riposo o nello stato di moto rettilineo uniforme. Ma un corpo è evidentemente *inerte* anche se è in movimento curvilineo vario; perchè, se non interviene un'altra causa differente da quelle che agiscono su di esso, non può modificare il suo stato di moto e la natura del suo moto.

È in questo senso che bisogna intendere e capire l'*inerzia* dei corpi; che è una incapacità di essi al moto spontaneo od a modificare quello che hanno; e non costituisce nè una legge, nè un teorema.

Einstein, per avvalorare i suoi concetti, si crea (come ho detto per la velocità della luce) delle leggi per suo uso e consumo; e poi, no-

Da tutto ciò si conclude che l'apparente movimento circolare delle stelle intorno alla terra non è in contraddizione col principio dell'inerzia dei corpi.

Quindi la deduzione di Einstein che: « Se ci si attiene a questa legge, bisogna riferire i movimenti soltanto ai sistemi di coordinate rispetto ai quali le stelle fisse non compiono moti circolari » non ha alcun fondamento serio.

tando i supposti scarti da esse di alcuni fenomeni naturali, se ne vale per infirmare i postulati e le deduzioni della cosiddetta meccanica classica.

Così, allorchè scrive che «ogni stella fissa, riferita ad un sistema di coordinate rigido colla terra, descrive un cerchio *in contraddizione colla legge d'inerzia*» esprime un concetto errato; perchè egli crede che la cosiddetta legge d'inerzia ammetta soltanto il moto rettilineo uniforme nello spazio; mentre un corpo è inerte, come abbiamo visto, anche se è in moto curvilineo vario. D'altra parte, è proprio vero che le stelle fisse descrivono nelle 24 ore un cerchio intorno alla terra? No.

Che lo descrivano *relativamente agli assi coordinati collegati rigidamente alla terra* sta bene; ma è un fatto di apparenza e non di sostanza. Quindi esso non può nemmeno costituire una contraddizione alla legge d'inerzia anche come la intende Einstein stesso.

Ragionare in tal modo, significa voler dare corpo alle ombre; onde giungere alla menomazione ed alla svalutazione del sistema di coordinate galileane e delle leggi della meccanica classica.

Del resto anche i pianeti del nostro sistema solare descrivono nelle 24 ore quasi un cerchio intorno alla terra, che sarebbe in contraddizione *colla legge d'inerzia*. Quindi, secondo Einstein, il sistema di coordinate galileane e le leggi della meccanica galileo-newtoniana non sarebbero adoperabili per determinare gli elementi del loro moto. Ma ciò è smentito dai fatti; poichè tali elementi sono stati, con dette coordinate e con dette leggi, pienamente determinati.

È dunque evidente che gli involuti ragionamenti di Einstein sono assolutamente infondati.

RELATIVITÀ DELLA CONTEMPORANEITÀ.

Per dimostrare la relatività della contemporaneità, Einstein scrive:

« Vi è un treno fermo sopra un binario. Due osservatori sono posti, l'uno sul treno e l'altro sulla strada, di fronte in M ed in M' . Essi osservano, ciascuno con una coppia di specchi disposti a 45° l'uno coll'altro, due colpi di folgore caduti nello stesso istante in due punti A e B equidistanti da M e da M' . Essi constatano che i due colpi sono contemporanei. Ora supponiamo che l'osservatore M si muova col treno verso il punto B , e che quello M' resti fermo sulla strada. Allora se nello stesso istante i due colpi di folgore cadono in A ed in B , evidentemente l'osservatore M percepisce prima il lampo proveniente da B e poi quello proveniente da A , mentre la luce delle due folgori viaggia da B e da A verso di lui. Invece l'osservatore M' , che è rimasto

fermo nel punto di mezzo della distanza AB , percepisce i due lampi nello stesso istante. Quindi gli avvenimenti dei due colpi di folgore sono contemporanei per l'osservatore M' e non lo sono per quello M .

E così, conclude Einstein, arriviamo al seguente *importante* risultato: Gli avvenimenti che sono contemporanei rispetto alla strada, non sono contemporanei rispetto al treno; e viceversa ».

Ora io osservo che il ragionamento fatto per arrivare a questo conclusione non è esatto.

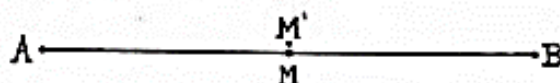


Fig. 3.

Sta bene che l'osservatore situato in M' sulla strada, vedendo i due lampi nello stesso istante, deve giudicare che i due colpi di folgore sono contemporanei. Ma non è giusto che l'osservatore M sul treno in moto, vedendo prima l'uno e poi l'altro lampo, debba senz'altro giudicare che i due colpi di folgore non sono contemporanei. Egli, se è accorto e prudente nelle sue riflessioni, ragionerà nel seguente modo.

Io ho veduto prima il lampo proveniente da B e poi quello proveniente da A ; quindi *dovrei* concludere che i due colpi non sono contemporanei. Però, poichè io mi muovo verso B e mi allontano da A , è ancora possibile che i due colpi siano in realtà contemporanei. Quindi egli resterà perplesso. Non potrà affermare che i due colpi sono contemporanei come l'osservatore in M' , ma non potrà neppure affermare che non lo sono.

Però egli potrà presto escire dall'incertezza con un semplice ragionamento, ed un piccolo calcolo algebrico. Infatti: supponiamo che egli sia giunto in M , col treno allorchè percepisce il lampo proveniente

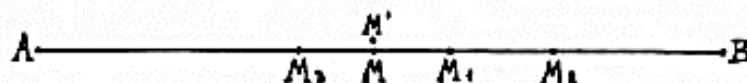


Fig. 4.

da B , ed in M_2 allorchè percepisce il lampo proveniente da A ; e supponiamo che sia trascorso il tempo t_1 dall'istante in cui l'osservatore ha lasciato il punto M ed è pervenuto, colla velocità v del treno, nel punto M_1 ; e che sia trascorso il tempo t_2 dall'istante in cui l'osservatore ha lasciato il punto M ed è pervenuto in M_2 . Egli ha così tutti gli ele-

menti necessari per calcolare e dedurre se i due colpi di folgore sono stati contemporanei o no (1).

Quindi, anche in questo caso, tanto l'osservatore del treno quanto quello sulla strada possono giudicare nello stesso modo.

Perciò il principio della contemporaneità rimane fermo qual torre che non crolla; ed il soffiare dei venti della relatività non ha alcuna presa su di lui.

La discussione delle formule di Lorentz e delle conseguenze che si vogliono trarre da esse, è stata pubblicata, come ho già detto, dal « Politecnico ».

Tratterò ora dunque dei:

RISULTATI GENERALI DELLA TEORIA DI RELATIVITÀ.

Einstein scrive: « L'energia naturale di un punto di massa m nella teoria di relatività non avrà la nota espressione $\frac{mv^2}{2}$; ma l'altra

(1) Siano: v la velocità del treno; c la velocità della luce; t_1 il tempo trascorso onde percorrere il tratto MM_1 ; t_2 il tempo trascorso onde percorrere il tratto MM_2 . Si ponga: $MM_1 = s_1$ ed $MM_2 = s_2$. Si avrà: $s_1 = vt_1$ ed $s_2 = vt_2$. Ora è evidente che se le due folgori sono cadute contemporaneamente, mentre il lampo proveniente da B è pervenuto in M_1 quello proveniente da A sarà pervenuto in un punto M_3 posto da A ad una distanza $AM_3 = BM_1$. Perciò nel tempo impiegato dall'osservatore a percorrere la distanza M_1M_2 , che intercede fra il punto M_1 in cui ha visto il primo lampo proveniente da B ed il punto M_2 in cui ha visto il secondo lampo proveniente da A , questo lampo percorre la distanza M_3M_2 . Ma si ha che:

$$M_3M_2 = MM_3 + MM_2 = MM_1 + MM_2 = s_1 + s_2 = vt_1 + vt_2 = v(t_1 + t_2) \quad (a).$$

Ora chiamando t il tempo impiegato dal lampo a percorrere la distanza M_3M_2 , si ha: $M_3M_2 = ct$ (b). Quindi, eguagliando i due valori (a) e (b) di M_3M_2 , si ha:

$$v(t_1 + t_2) = ct; \text{ ossia: } t = \frac{v(t_1 + t_2)}{c} \quad (d). \text{ Ma in questo tempo } t \text{ l'osservatore ha per-}$$

corso la distanza M_1M_2 con velocità v ; e, per percorrere tale distanza con tale velocità, vi ha impiegato un tempo eguale a: $t_2 = t_1$. Quindi si avrà: $t = t_2 - t_1$ (c). Perciò, se le due folgori sono state contemporanee è necessario che sussista questa eguaglianza (c); ossia, eguagliando i due valori (d) ed (c) di t , dovrà sussistere l'eguaglianza:

$$\frac{v(t_2 + t_1)}{c} = t_2 - t_1; \text{ cioè: } v(t_2 + t_1) = c(t_2 - t_1).$$

Concludendo si avrà che:

1.° Le due folgori saranno state contemporanee se sussisterà l'eguaglianza:

$$v(t_2 + t_1) = c(t_2 - t_1).$$

2.° Sarà caduta prima la folgore nel punto A se:

$$v(t_2 + t_1) < c(t_2 - t_1).$$

3.° Sarà caduta prima la folgore nel punto B se:

$$v(t_2 + t_1) > c(t_2 - t_1).$$

$m \frac{c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ (a); la quale diviene infinita se la velocità v si avvicina

a quella della luce. Perciò la velocità deve essere sempre minore di c , per quanto sia grande l'energia di accelerazione impiegata ».

Su ciò, prima di tutto osservo che la formula (a) è stata ottenuta applicando gli stessi criteri arbitrari ed assurdi seguiti nel determinare la formula della composizione delle velocità e quelle dell'accorciamento delle aste metriche e del rallentamento degli orologi.

Quindi anche essa è profondamente errata.

Poi mi permetto di fare la seguente domanda.

Come mai e per qual motivo la velocità c della luce deve entrare in tutti i calcoli ed in tutte le formule che riguardano il moto dei corpi?

E se la luce non esistesse, o se esistesse sotto altra apparenza, che cosa diverrebbero tutte le formule e le elocubrazioni dei relativisti?

Noi possiamo bene immaginare un universo nel quale lo spazio sia luminoso per debole chiarore che dirò fosforescente, per intenderci. Allora, in tale spazio, tutti i corpi celesti, che suppongo non emanare alcuna luce, possono essere da noi veduti come masse oscure in un fondo luminoso. Potremmo dunque fare tutte le possibili osservazioni sui loro movimenti, e trarre le relative formule; basandosi sulla ora discussa ipotesi di Newton.

In questo stato di cose, è evidente che nessun matematico, non conoscendo la luce allo stato radiante, non potrebbe certo far entrare la sua velocità c nei calcoli e nelle formule... anche non ammettendo la detta ipotesi di Newton.

Mi sembra strano che i matematici, simpatizzanti colle teorie di relatività, non si domandino sul serio: ma perchè nel calcolo del movimento di un corpo con velocità v deve trovar posto il valore c della velocità della luce?

Il perchè l'ho detto più volte e lo ripeto.

Perchè, stabilita l'equazione del moto del corpo $x' = vt'$ con velocità v , si sostituiscono arbitrariamente in essa, ad x' e t' , le x' e t' delle formule di Lorentz, relative al movimento di un segnale luminoso con velocità c . E questa sostituzione, come anche più volte ho detto, è erronea ed assurda.

La conclusione poi che l'energia di un corpo diviene infinita allorchè esso si muova con velocità c , che deriva dalla formula (a), non è neppure logica.

Infatti, affinchè l'energia stessa assuma un valore infinito, è assolutamente necessario: o che la massa del corpo sia infinita o che lo sia la sua velocità.

Nessun artificio di calcolo può sfuggire a questo dilemma adamantino per logica e chiarezza; e, se i calcoli conducono a conclusioni diverse, vuol dire che essi sono sbagliati... come, del resto, ho già dimostrato.

Ma voglio ammettere per un momento che, in realtà, un corpo che si muove con velocità c , pari a quella della luce, acquisti una energia infinita. Tale deduzione è indipendente dal valore della massa di un corpo; che, quindi può essere anche immensamente piccola.

Ma nessun corpo, dicono i relativisti, può raggiungere la velocità della luce; ed ammettiamolo pure.

Però vi è qualche cosa che può raggiungere la velocità c della luce; ed è la luce stessa.

Ora vi sono due ipotesi sulla essenza della luce che si contendono ancora il campo: quello delle vibrazioni ondulatorie degli atomi dell'etere; e quella modernissima (ed, in certa maniera, anche più antica) del lancio di atomi materiali luminosi nello spazio.

Il Lucien Fabre, nel suo volume intitolato: « *Les théories d'Einstein* » a pagina 211 e seguenti dell'edizione 1922, scrive:

« Les théories de la relativité permettent de rendre compte de toutes les lois scientifiques connues, puisqu'elles ont donné une expression intrinsèque des plus générales de ces lois, de celles dont toutes les autres sont déduites. Il est vrai qu'elles annihilent certaines hypothèses, mais celles-ci n'avaient plus ni utilité ni valeur. Peut-on, par exemple, considerer comme autre chose qu'une fiction indécente la supposition d'un éther auquel tant de phénomènes différents conduisaient à donner des qualités toutes contradictoires. Rien ne nécessitait plus cette existence; les découvertes récentes ont en effet conduit à concevoir l'énergie rayonnant, la lumière visible par exemple, comme se propageant d'une manière indépendante à travers l'espace vide absolu, sans doute dans des atomes lumineux; toutes les expériences tentées en vue de rendre manifeste l'existence de l'éther ont échoué. De lors la science, pouvant se construire sans l'hypothèse de l'éther, l'abandonne. A ce grand mérite de faire disparaître des suppositions inutiles, les théories de la relativité..... etc. ».

Dunque nelle teorie di relatività si ammette che la luce sia generata dal lancio di atomi luminosi nello spazio, i quali si muovono con velocità c . Si ammette inoltre che tali atomi siano deviati allorchè entrano in un campo di gravitazione; quindi la loro massa, sebbene piccolissima, deve avere un valore positivo superiore a zero.

Perciò ogni atomo luminoso, poichè ha velocità c , deve acquistare, secondo la formula (e), una energia di valore infinito.

Da ciò ne consegue che ciascuno di tali atomi ha una energia infinita; ed ha quindi il potere di forare anche una corazza di parecchi chilometri di spessore.

Ed allora io domando:

Come mai vi sono corpi opachi, i quali non lasciano passare gli atomi luminosi?

Come mai un leggero foglio di carta nera li arresta; distruggendo così tutta la loro energia infinita?

Come mai il nostro fragile corpo ed i nostri poveri occhi possono sostenere tale mostruoso bombardamento?

A queste mie deduzioni ed osservazioni mi si potrà opporre che l'irraggiamento proiettato nello spazio può avvenire sotto la forma di particelle elementari (quanta) lanciate nel vuoto e liberate dalla materia.

Ma io rispondo che queste sono concezioni arbitrarie, cui lo scienziato ricorre allorchè si trova di fronte all'insolubile problema della divisibilità indefinita della materia.

Dalla molecola si scese all'atomo, che si supposeva essere l'estrema particella della materia. Ma poi si scompose l'atomo in elettroni, che pur dovevano essere le ultime particelle; e questo non bastò per risolvere tutti i problemi che si presentavano col progredire della scienza. Allora si crearono i quanta; che, per fermarsi nella suddivisione, hanno velocità ed energia, ma non hanno massa. Sono, cioè, immateriali ed imponderabili.

Ora questo concetto di un *qualche cosa* che ha velocità ed energia ma non ha massa è inconcepibile per la nostra mente; e ciò è tanto vero che non abbiamo neppure la parola *appropriata* per designare quel tale *qualche cosa*.

Per indenderci diciamo: *qualche cosa, particella, quantum*; senza accorgerci che, così dicendo, noi presupponiamo un qualche cosa materiale, una particella materiale, un quantum materiale.

La nostra mente non può capire il movimento senza la massa che muove; perchè tutto ciò che nell'universo è in movimento e che è percettibile ai nostri sensi ha una massa. Questo soltanto l'esperienza ci dice; ed è inutile che la scienza si affanni per dimostrarci possibile quello che noi non possiamo constatare.

Le ipotesi e le teorie sulla costituzione intima della materia si susseguono e si incalzano con ritmo sempre maggiormente veloce.

Esse sono sempre più argute ed ingegnose, e sempre più si adattano a spiegare molti dei fenomeni della natura; ma non sono mai pienamente soddisfacenti.

Ho detto che nella suddivisibilità della materia eravamo giunti ai quanta (sotto l'aspetto di energia); e gli scienziati credevano di essere giunti una buona volta alla fine.

Ora tale teoria è da molti negata.

D'altra parte; che cosa dicono le più recenti teorie sul concetto di elemento e di atomo?

Dicono che il raggio di un atomo è dell'ordine di grandezza 10^{-8} cm.; ed il raggio di un elettrone è dell'ordine di grandezza 10^{-13} cm. Ora, per quanto siano piccoli questi ordini di grandezza, essi sono evidentemente immensi di fronte agli ordini di grandezza inferiori che si possono immaginare e che si possono scrivere coi numeri! Prima di discendere al limite infimo di grandezza dell'ordine $10^{-\infty}$ cm., vi è un bel margine; ed i futuri superscienziati vi potranno ampiamente spaziare per collocarvi tutta la miriade dei quanta e dei sottoquanta possibile ed immaginabile! Che cosa si conclude da ciò?

Si conclude che l'uomo, di fronte a tale problema, si trova come in una camera chiusa e buia. Esso si agita e brancola a tastoni quà e là per uscirne e trovare la luce, senza mai riuscirvi.

La concezione dell'infinitamente piccolo sfugge alla nostra intelligenza per quanto profonda; come vi sfugge quella dell'infinitamente grande.

Ricapitolando, dunque, si deve concludere che l'obbiezione che ho detto potersi fare alle mie deduzioni sull'energia dell'atomo luminoso (opponendo, cioè, che esso non ha massa) non ha consistenza seria.

Trattando poi dell'energia posseduta da un corpo in moto con velocità v , la teoria di relatività dice, come abbiamo veduto, che essa non è $\frac{m v^2}{2}$, ma è $\frac{m c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$; ossia è: $m c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$. Sviluppando in serie il termine $\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$ si ottiene:

$$m c^2 + m \frac{v^2}{2} + \frac{3}{8} m \frac{v^4}{c^2} + \dots$$

Ora, poichè v è sempre piccolo rispetto a c , tutti i termini di questa serie, dopo il secondo, sono trascurabili. Quindi l'espressione dell'energia posseduta da un corpo in moto con velocità v si può ritenere che sia:

$$m c^2 + \frac{m v^2}{2}.$$

In questa espressione il termine $\frac{m v^2}{2}$ rappresenterebbe l'energia cinetica acquistata dal corpo nel suo moto con velocità v ; ed il termine $m c^2$ rappresenterebbe l'energia naturale posseduta dal corpo stesso anche in quiete; che si può chiamare energia atomica.

Ora, dice Einstein: « dalle equazioni fondamentali dell'elettrodinamica di Maxwell si trae la seguente conclusione: un corpo in moto con velocità v , che sotto forma di radiazione assume l'energia E_0 (valutata rispetto ad un sistema coordinato mobile col corpo), senza variare perciò la sua velocità v , subisce un incremento della sua energia eguale

a: $\frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ (a). Così l'energia totale posseduta dal corpo non sarà

soltanto l'energia cinetica (!) $\frac{m v^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ (c) già indicata; ma sarà la

somma di questa energia con quella (a). Quindi l'energia totale di un corpo che si muova con velocità v avrà l'espressione:

$$\frac{m v^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \text{ Ossia: } \frac{m v^2 + E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (f).$$

Questa espressione può essere posta sotto la forma:

$$\frac{\left(m + \frac{E_0}{c^2}\right) c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (g).$$

Dunque si può concludere che il corpo possiede una energia eguale a quella di un corpo di massa $m + \frac{E_0}{c^2}$ mobile con velocità v . Si può pertanto dire: Se un corpo acquista una energia E_0 , la sua massa aumenta di $\frac{E_0}{c^2}$; quindi la massa inerte di un corpo non è costante, ma varia col variare della sua energia ».

Su tutto ciò osserva che: in primo luogo, le equazioni (f) e (g) discendono dalla equazione (c); quindi, come essa, non sono attendibili.

Osservò inoltre che l'equazione (g) dice che: l'energia totale di un corpo, di massa m e che si muove con velocità v , risulta tale come se il corpo nel suo movimento avesse acquistato un aumento di massa pari

ad $\frac{E_0}{c^2}$; ma non dice affatto che la massa m di un corpo in moto aumenta *realmente*, come vuol fare intendere Einstein. E che questi enunci con serietà tale poco serio principio, lo afferma la sua conclusione che: « quindi la massa *inerte* di un corpo non è costante, ma varia col variare dell'energia ». È dunque ancora una volta più chiaro che Einstein vuol dare alle formule un significato che esse assolutamente non hanno. Abbiamo già visto che egli ha ritenuto che le aste metriche *realmente* si accorciano e che gli orologi *realmente* rallentano allorchè sono in moto; mentre che, se anche le formule di Lorentz fossero esatte, il fenomeno sarebbe relativo e non reale ed assoluto. Ora asserisce, collo stesso errore di apprezzamento, che la massa *inerte* m dei corpi *realmente* aumenta allorchè sono in moto. D'altra parte, se un corpo è in moto con velocità v , vuol dire che è sottoposto ad un campo di gravitazione. Ora, se un corpo è sottoposto ad un campo di gravitazione, la sua massa si dice *massa gravitazionale* e non *massa inerte*. Quindi Einstein doveva dire che: la massa gravitazionale di un corpo varia colla sua energia; il che è ben differente.

Ed anche contro tale asserzione si può porre il seguente quesito. Una massa m si pone in moto con velocità v . Dopo quanto tempo essa avrà acquistato il valore $m + \frac{E_0}{c^2}$? La formula (g) è indipendente dal tempo; quindi si può anche ritenere che tale accrescimento di massa è acquistato istantaneamente dal corpo. Ed allora sorge spontanea la domanda: È possibile che la massa di un corpo aumenti istantaneamente allorchè esso corpo si pone in moto con velocità v , e che poi non aumenti più se v resta costante?

Inoltre: che cosa s'intende colle parole: massa di un corpo?

Disputeremo in seguito questo argomento. Intanto si può dire che, sino ad ora, con tali parole si è inteso significare: la quantità di materia della quale il corpo è formato; e la massa era determinata dal volume e dalla densità del corpo.

Questo concetto è forse errato per i relativisti?

Ed allora ci dicano chiaramente, prima di parlare di massa, che cosa intendono con tale parola.

Se sono in accordo con noi, allora ci dicano, in modo chiaro, dove, quando, e come, un corpo, che si pone in moto con velocità v , prende l'aumento di materia $\frac{E_0}{c^2}$.

Sino a che tale spiegazione non sarà data, si ha il diritto di ritenere che tale aumento di massa dei corpi in moto ha la stessa serietà dell'accorciamento delle aste metriche e del rallentamento degli orologi.

SPAZIO A QUATTRO DIMENSIONI
SECONDO MINKOWSKI.

Einstein scrive: « Non evvi forse frase più banale di quella che il nostro mondo abitato è un continuo spazio-temporale a quattro dimensioni ».

Siccome per determinare la posizione di un punto in moto, oltre alle tre coordinate $x y z$, è necessario conoscere anche l'istante t in cui il moto si considera, ne consegue, dice il Minkowski, che alle tre coordinate se ne aggiunga una quarta relativa al tempo t .

Per mia parte osservo che, per accettare una ipotesi, è necessario che essa possa essere dimostrata, non solo col calcolo, ma ancora col'esperienza.

Ciò stabilito, chiedo al Minkowski e seguaci che mi facciano una rappresentazione plastica della traiettoria di un corpo in moto nello spazio introducendo, insieme alle coordinate $x y z$, anche quella t . Essi mi risponderanno che ciò è impossibile materialmente; ma che si deve ammettere il concetto astratto. Ed io ripeto che i concetti astratti non hanno alcun valore ove non possano essere corroborati dalla esperienza.

La teoria del *colpo di pugno* del Poincarè, secondo la quale in certi casi si può fare anche a meno dell'esperienza, afferma un concetto illogico; perchè può giustificare qualsiasi stravaganza. D'altra parte, in qual modo si può associare l'idea del tempo con quella dello spazio, per farne un connubio che è... illegale? E, per dimostrare questa mia affermazione, pongo un'altra domanda. Come nasce in noi l'idea del tempo ed in che cosa esso consiste? Noi abbiamo l'idea del tempo perchè vediamo ed osserviamo le variazioni di stato, di luogo, e di luce degli oggetti che ci circondano. Ponete un essere veggente e pensante ma assolutamente immobile e senza pulsazioni, in un ambiente nel quale nulla cambi di forma, nulla cambi di luogo, nessuna variazione abbia l'intensità e la qualità della luce che illumina gli oggetti, nessuna variazione avvenga in questi oggetti ed in sè stesso; ed egli non potrà avere nessuna idea di ciò che noi chiamiamo tempo.

Per lui, dunque, esiste lo spazio ma non esiste il tempo.

Se però un oggetto qualsiasi comincerà a variare di forma od a muoversi, allora egli acquisterà l'idea del tempo; e potrà misurarlo in frazioni unitarie degli intervalli di cambiamento di forma o di luogo dell'oggetto.

Ma la nozione del tempo, sebbene nasca dalla variazione spaziale di volume o di luogo di un oggetto, può anche nascere dalla variazione

di colore o di intensità di luce dell'ambiente in cui il supposto essere pensante è collocato; ed è così che noi abbiamo la sensazione del giorno e della notte, e che abbiamo stabilito la misura del tempo in giorni, divisi in ore e minuti. Quindi: se anche la terra fosse ferma, se anche il sole non esistesse, se tutto l'Universo e tutte le cose che sono in esso fossero immobili, ma che l'intensità della luce (della quale si potrebbe anche ignorare la provenienza) variasse nelle stesse due fasi di giorno e di notte, noi avremmo la stessa idea del tempo e lo potremmo misurare nello stesso modo.

Perciò si può avere l'idea del tempo, anche senza avere quella del moto.

Dunque in quale modo si può associare l'idea del tempo a quella dello spazio e farne una quarta dimensione spazio-temporale?

Il Minkowski ed Einstein stabiliscono la quarta dimensione spazio-temporale perchè il tempo è uno degli elementi necessari del moto di un corpo nello spazio. Ma anche la velocità è un elemento necessario del moto di un corpo; e dobbiamo dunque creare una quinta dimensione spazio-velocitale?

Ma.... basta, per carità!

Allorchè gli uomini in generale, e gli scienziati in particolare, si introducono nello sterminato campo dei concetti astratti, perdono facilmente la diritta via; perchè nessuna vera luce più li guida. Einstein dice che il concetto della quarta dimensione spazio-temporale è pensiero profondo del Minkowski; pensiero che è poco accessibile a chi non è familiarizzato con la matematica. Io certo non posso pretendere di avere molta dimestichezza con essa; ma ne ho abbastanza per poter affermare che: alla matematica si può far dire tutto quello che si vuole.

Stabilite una ipotesi, o vera o verosimile o falsa, e vi si possono impostare una serie di equazioni le quali, con successive trasformazioni, vi conducono a formule finali che, interpretate a parole, asseriscono le più strabilianti conclusioni.

È soltanto una mia opinione questa?

Ma niente affatto.

Ieri la teoria delle vibrazioni dell'etere era in auge per i fenomeni luminosi ed elettrici; ed essa aveva una miriade di formule... *una più esatta dell'altra*. Oggi, come ho già detto, il Fabre e moltissimi altri con lui dicono che la esistenza dell'etere è una supposizione *indecente*; e, negandola, suppongono che la luce e l'elettricità sono prodotte da infinite particelle lanciate nello spazio. Ed, in questa supposizione, un'altra miriade di formule, *altrettanto esatte*, è stata determinata.

Ieri era vera ed indiscutibile la meccanica di Galileo e di Newton

colle sue tre dimensioni, colle sue leggi e colle sue formule anche indiscutibili. Oggi tale meccanica non è più vera; e sorgono Minkowski ed Einstein colle loro quattro dimensioni, colle loro leggi, e con le loro formule più vere e maggiori. E, mentre questa teoria è ancora calda, sorge il Frank ad infirmarla; ed a stabilire un altro sistema dell'Universo!

Con relativa facilità l'uomo inventa ogni giorno apparecchi e strumenti che gli abbisognano; e con maggiore facilità lo scienziato profondo può inventare ogni giorno un nuovo Universo, con svariate dimensioni, colle sue leggi, e colle sue formule. È dunque pienamente giustificato lo scetticismo in proposito.

Ed ora, per finire, voglio segnalare il seguente magnifico *scarione* preso da Einstein e seguaci per dimostrare il concetto spaziale del tempo.

Einstein scrive: « Nella teoria relativistica il mondo è considerato come avente quattro dimensioni, perchè per esso il tempo perde la sua indipendenza (aseità), come mostra la quarta equazione di Lorentz

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \text{ secondo la quale la differenza di tempo } \Delta t'$$

fra due avvenimenti rispetto a K' non si annulla in generale se è nulla la differenza di tempo Δt rispetto a K . La distanza spaziale di due avvenimenti rispetto a K ha per conseguenza una distanza temporale degli stessi rispetto a K' ».

Questa conclusione si deduce, secondo lui, come segue.

Prendiamo le differenze della succitata quarta formula di Lorentz.

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{v}{c} \Delta x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (a). \text{ Ora, se si pone } \Delta t = 0, \text{ si ha:}$$

$$\Delta t' = \frac{-\frac{v}{c} \Delta x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (b). \text{ Quindi, mentre il } \Delta t \text{ è nullo, il } \Delta t' \text{ non lo}$$

è; e dipende dalla differenza spaziale Δx .

Invece tutto ciò è errato.

Prima di tutto Einstein dimentica che le formule di Lorentz sono dedotte ponendo le due equazioni: $x = ct$ ed $x' = ct'$. Ora dalla prima di esse si ha: $\Delta x = c \Delta t$. Quindi, se $\Delta t = 0$, si ha pure $\Delta x = 0$.

Dunque, se nella equazione (a) si pone $\Delta t = 0$, si deve anche porre $\Delta x = 0$; ed allora si ha: $\Delta t' = 0$.

Il che smentisce la deduzione di Einstein.

D'altra parte questi dimentica ancora che, come abbiamo già veduto, egli stesso ha posto la quarta formula di Lorentz sotto la

$$\text{forma } t' = t \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v}{c}}}; \text{ dalla quale si ha: } \Delta t' = \Delta t \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v}{c}}}.$$

E, perciò, se in questo si pone $\Delta t = 0$, si ha necessariamente $\Delta t' = 0$.

Quindi il concetto spaziale del tempo non si deduce dalle formule di Lorentz; e sembra strano che un matematico della forza di Einstein sia caduto in un errore così elementare.

Si potrebbe anche supporre, con ragione, che egli commetta gli errori facendo assegnamento sulla *docilità* dei suoi seguaci!

SULLA TEORIA GENERALE DI RELATIVITÀ. PRINCIPIO DI RELATIVITÀ SPECIALE E GENERALE.

Abbiamo veduto che il principio di relatività speciale si riferisce a due sistemi coordinati; l'uno dei quali ha, rispetto all'altro, un movimento rettilineo uniforme.

Ora Einstein vuole stabilire il principio generale di relatività; che enuncia dapprima nel seguente modo: « Tutti i sistemi (corpi) di riferimento $K, K' \dots$ ecc., sono equivalenti per la descrizione della natura (espressione o formulazione delle leggi generali della natura), in qualunque condizione di movimento possano trovarsi ». E comincia col dire: Vedete; finchè ci troviamo in un treno che procede senza sobbalzi con moto uniforme, è possibile dubitare se sia il treno che si muove oppure la strada. Quindi non vi ha dubbio che tal genere di movimento è relativo; e così abbiamo stabilito la relatività speciale. Ma supponiamo invece che il treno cambi bruscamente di velocità; allora noi saremo rigettati avanti od indietro a seconda che la velocità diminuisce od aumenta. Quindi per noi non vi ha più dubbio: è il treno che si muove.

« Perciò, scrive Einstein, ci sentiamo costretti ad attribuire, in contrasto col principio generale di relatività, una specie di realtà fisica assoluta al moto non uniforme. Vedremo però ben presto che questa conclusione non è valida ».

CAMPO DI GRAVITAZIONE.

Per dimostrare la conclusione di cui sopra Einstein scrive: « Secondo la fisica moderna l'azione a distanza fra i corpi non può esistere senza un mezzo intermedio. Se un magnete attira un pezzo di ferro, non ci si deve accontentare pensando che il magnete agisca direttamente sul ferro attraverso allo spazio vuoto; ma si deve invece immaginare, con Faraday, che il magnete suscita nello spazio circostante una certa realtà fisica, che si chiama campo magnetico. In modo analogo si concepisce l'azione della gravitazione.

« Il campo di gravitazione, diversamente dai campi elettrici e magnetici, gode di una mirabilissima proprietà, la quale ha capitale importanza per il seguito. I corpi, che si muovono sotto l'azione esclusiva del campo gravitazionale, acquistano una accelerazione, la quale non dipende menomamente nè dalla sostanza nè dallo stato fisico del corpo. Questa legge, che si verifica con straordinaria esattezza, può essere altrimenti espressa per la seguente considerazione. Per la legge meccanica di Newton si ha:

$$\text{« forza} = (\text{massa inerte}) \times (\text{accelerazione})$$

ove la massa inerte è una costante del corpo accelerato. Se la forza acceleratrice è la gravità, si ha d'altra parte:

$$\text{forza} = (\text{massa gravitazionale}) \times (\text{intensità del campo})$$

ove la massa gravitazionale è una costante caratteristica del corpo.

« Dalle due precedenti relazioni si trae:

$$(\text{accelerazione}) = \frac{(\text{massa gravitazionale})}{(\text{massa inerte})} \times (\text{intensità del campo}).$$

Se, come l'esperienza insegna, nel dato campo gravitazionale l'accelerazione deve essere indipendente dalla natura e dallo stato fisico del corpo, il rapporto delle due masse inerte e ponderale, deve essere eguale per tutti i corpi. Questo rapporto, scegliendo opportunamente l'unità, si può rendere eguale ad 1; e così risulta il teorema: *La massa inerte e la massa ponderale di un corpo sono eguali.*

« La meccanica classica ha conosciuto questo importante teorema, ma non l'ha interpretato ».

Per discutere con precisione e chiarezza su questo argomento è necessario stabilire bene che cosa s'intende per: *massa di un corpo.* Sino a che questo concetto non sarà stato luminosamente ed esattamente esposto, si cadrà sempre in equivoci ed in inesattezze. Gene-

ralmente si ammette che il concetto di massa derivi dalle seguenti considerazioni.

L'esperienza dimostra che la stessa forza non produce sempre un movimento identico allorchè è applicata a corpi differenti. Si dice allora che due corpi, di qualsiasi specie, hanno la stessa *massa*, allorchè delle forze eguali producono movimenti identici su di essi quando sono liberi e partono dal riposo. Se si uniscono insieme due corpi, si forma un tutto la cui massa è detta *la somma delle masse* dei due primi. L'idea delle masse eguali conduce a quella delle masse in un rapporto qualunque; e le masse di tutti i corpi possono essere rappresentate con numeri, se si riferiscono a quella di un volume conosciuto di una materia determinata. Si vede con ciò che i corpi, formati di una stessa sostanza omogenea, hanno delle masse proporzionali ai loro volumi; e, per conseguenza, *alle quantità di materia che li compongono*. Ma, poichè non si potrebbe assegnare alcun senso preciso al paragone della quantità di materia di due sostanze differenti, nè soprattutto dedurne alcuna conseguenza circa l'effetto delle forze, si sono dovuti ammettere altri caratteri distintivi fra i differenti corpi e le differenti sostanze; all'infuori di quelli che dipendono dalla maniera con la quale si comportano sotto l'azione delle forze che li mettono in movimento.

La nozione della massa offre dunque questa differenza essenziale con quella della forza; ed è che essa non può acquistarsi al di fuori del movimento; mentre che la nozione della forza può acquistarsi, sia producendo un movimento, sia impedendo che un movimento sia prodotto.

Dunque, secondo quanto è generalmente ammesso, il concetto di *massa* scaturisce soltanto dallo studio del movimento dei corpi.

Io credo invece che tale concetto si possa avere anche all'infuori del movimento; e che si possa stabilire semplicemente la seguente definizione: *La massa di un corpo è la quantità di materia che lo compone*.

Però è necessario che tale definizione sia bene spiegata.

È evidente che essa è connessa al concetto della costituzione intima della materia e dipende da essa. Ma non è facile il rispondere con esattezza alla domanda:

Come è costituita la materia?

Innumerevoli sono le ipotesi che si sono fatte, che si fanno, e che si faranno su tale argomento.

Respingo quelle che, non ammettendo punti materiali, concepiscono tutto ciò che cade sotto i nostri sensi come composto di elementi immateriali di energia. Ho già detto che questo concetto è, per la nostra mente, inconcepibile.

Per noi è materia tutto ciò che occupa un posto nello spazio vuoto. Ora, se gli elementi di energia sopra indicati compongono un corpo, ognuno di essi deve occupare un determinato posto nello spazio vuoto; quindi costituisce ciò che noi chiamiamo elemento materiale.

Le moderne teorie ci dicono che la materia è costituita da atomi, composti di elettroni variamente disposti fra loro. Però non si è concordi nello stabilire la struttura dell'atomo; la quale varia a seconda del pensiero di chi la imagina. Thompson, Kossel, Levis, Rutherford ed altri, danno all'atomo strutture diverse. Ad ogni modo vi è concordia nello stabilire che l'atomo è composto di un certo numero di elettroni disposti in diverse guise; e si è giunti perfino a determinare il numero di elettroni che è contenuto in un certo volume di un corpo omogeneo.

Non si è però obbligati a ritenere seri ed esatti i ragionamenti ed i metodi impiegati per tale determinazione!

Però, così stando le cose, mi sembra dunque che, ove si stabilisca una unità di volume ed ove si conosca, per i vari corpi, il numero di elettroni contenuti in essa, tale numero, moltiplicato per il volume dei corpi, potrà esprimere la loro massa.

A tutto ciò mi si potrà obbiettare che questa definizione della massa sarebbe valida soltanto per i corpi omogenei. Ma io rispondo che i corpi non omogenei sono composti di parti omogenee frammentate; ciascuna delle quali ha un numero ben determinato di elettroni. Quindi il numero totale di questi esprimerà la massa del corpo che si considera.

Se poi la ipotesi degli elettroni non fosse ammessa, bisognerà pure ammettere che un corpo materiale deve essere composto di un certo numero di particelle materiali impercettibili. Chiamiamo, dunque, tali particelle col nome di *infinitesimi*; ed allora la massa di un corpo potrà essere rappresentata dal numero di infinitesimi da esso contenuti.

Tutto ciò ho detto per stabilire bene che il concetto di massa si può avere anche all'infuori dell'idea di moto; e che la massa di un corpo si può, come ho già detto, definire: la quantità di materia che è contenuta nel corpo stesso.

Ciò stabilito, consideriamo ora un corpo che sia costituito da un numero m di elettroni o di infinitesimi; e si designi pure con m la sua massa. Poniamo questo corpo immobile nello spazio, e supponiamo che sia solo in esso. Il corpo resterà sempre immobile; e la sua massa resterà sempre m . In questo caso tale massa si suole chiamare *massa inerte*.

È evidente che il corpo, essendo solo nello spazio e non essendo

quindi sottoposto ad alcun campo di gravitazione, non avrà alcun peso pur avendo la massa m .

Supponiamo ora di dare una spinta *istantanea* al corpo. Esso si porrà istantaneamente in moto rettilineo uniforme, con direzione e velocità dipendenti dall'entità della spinta datagli.

Il corpo, dunque, sarà in moto ed avrà acquistato una forza viva (energia) dipendente dalla sua massa m e dalla sua velocità v ; ma la sua massa m non avrà variato da quella m che aveva allo stato di riposo, perchè il numero di infinitesimi che lo costituiscono non può certo aver variato passando dallo stato di riposo a quello di moto rettilineo uniforme.

Supponiamo ancora che il corpo sia immobile, e che istantaneamente sia sottoposto ad un campo di gravitazione costante in direzione e nel tempo. Esso si porrà immediatamente in moto rettilineo uniformemente accelerato, ed acquisterà velocità e forza viva (energia) ognora crescenti. Però la sua massa m rimarrà sempre eguale a quella m che aveva allo stato di riposo; perchè il numero dei suoi infinitesimi non avrà variato.

Supponiamo finalmente che il corpo sia in moto con velocità v e che entri in un campo di gravitazione variabile di intensità e di direzione. Allora il corpo assumerà un moto curvilineo vario, la cui natura dipenderà dalla natura del campo e dalla direzione e dal valore v della velocità che il corpo aveva allorchè è entrato nel campo. Ed anche in questo caso la massa m del corpo resterà invariabile, perchè resta invariabile il numero degli infinitesimi che lo compongono. Ora, poichè in questi due ultimi casi la massa del corpo è detta *massa gravitazionale*; è evidente che questa massa resterà sempre invariabile, e sarà sempre eguale alla *massa inerte* che ha il corpo allorchè è immobile, od in moto rettilineo uniforme.

Ed ora concludo.

Io ho cercato di dimostrare, ciò che sempre è stato ammesso dalla meccanica classica, che la massa inerte e la massa gravitazionale o ponderale di un corpo sono eguali; e, come abbiamo veduto, lo ha pure ammesso e dimostrato Einstein.

Però questi ha dimenticato che, basandosi sulla formula:

$$\frac{\left(m + \frac{E_0}{c}\right) c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

egli ha precedentemente asserito che la massa inerte

m di un corpo immobile diviene $m + \frac{E_0}{c^2}$ allorchè il corpo stesso, sot-

toposto ad un capo di gravitazione, si pone in moto ed acquista una energia E_0 . Quindi egli ha asserito che la massa di un corpo, in un campo di gravitazione, varia col variare della energia E_0 che acquista. Da ciò ne consegue *che la massa gravitazionale di un corpo non è mai eguale alla sua massa inerte.*

Ed allora: a quale delle due asserzioni completamente opposte di Einstein si deve prestar fede?

Esso dice che la meccanica classica ha conosciuto l'importante teorema della eguaglianza della massa inerte e della massa gravitazionale; ma non l'ha interpretato.

Mi sembra però che, con maggior ragione, si può affermare che tale teorema non ha alcun senso nella meccanica einsteiniana.

(Continua)

Studio critico sulle teorie di relatività

Seguito della discussione sulle formole di Lorentz pubblicata nei numeri 12
del 1924 ed 1 del 1925 de « Il Politecnico »

Prof. Gen. SCIPIONE BRACCIALINI

Continuazione alla pag. 132, N. 5

L'EGUAGLIANZA DELLA MASSA INERTE E PONDERALE ARGOMENTO A FAVORE DEL POSTULATO GENERALE DI RELATIVITÀ.

Prego i lettori di porre tutta la loro attenzione su ciò che segue.

Einstein scrive: « Consideriamo una porzione di spazio cosmico vuoto, abbastanza lontano dalle stelle e da ogni altra massa considerevole; sicchè possiamo con grande approssimazione trovarci nelle condizioni previste dalla legge fondamentale di Galileo. Per siffatta porzione di mondo è possibile trovare un sistema galileano di riferimento, rispetto al quale i punti fermi rimangono in quiete, ed i punti mossi permangono in movimento rettilineo uniforme. Immaginiamo di riferirci ad un sistema costituito da una spaziosa cassa o camera, entro la quale si trovi un osservatore munito dei suoi apparecchi. Per questo osservatore non evvi gravità; egli deve perciò assicurarsi al pavimento mediante corde, se non vuole, al minimo urto contro il pavimento, volare contro il tetto della camera ».

Io comincio ad osservare che tutto ciò è inesatto.

Nella cassa non vi è gravità; quindi non vi è peso. L'osservatore, dunque, sebbene abbia massa, ha il peso zero; e perciò non può nè cadere nè urtare contro il pavimento o contro le pareti. Per lui non vi è nè pavimento, nè tetto; perchè non vi è nè alto, nè basso, nè fianchi laterali.

Egli non potrà muoversi in alcuna guisa per cambiare di posto. Se inizialmente fosse stato collocato sospeso nello spazio interno della cassa, vi resterebbe sempre senza poter recarsi altrove; e lo potrebbe tutt'al più, con sforzi muscolari, agitare braccia, gambe e testa. Se l'osservatore fosse stato invece collocato ritto sul pavimento o su qualsiasi altra faccia della cassa, non potrebbe neppure cambiare di posto;

perchè, non essendovi gravità, non vi è nè peso nè attrito; e quindi i suoi piedi si agiterebbero invano, scivolando sulla parete sulla quale si trova, senza poter imprimere al corpo un qualsiasi moto di traslazione. E se l'adesione e l'attrito fossero possibili, egli potrebbe allora camminare indifferentemente, come una mosca, su qualunque delle sei faccie della cassa, se questa ha la forma parallelepipedica. E se la sua abitazione fosse invece una sfera cava, egli potrebbe camminare indifferentemente su tutta la superficie interna di essa. Se egli alza una gamba od un braccio, lo potrà fare senza vincere alcun peso; e gamba e braccio resteranno nella nuova posizione a meno che egli, con un atto di volontà, non le obblighi a riprendere quella primitiva mediante un movimento muscolare. Quindi nella cassa: niente pavimento, niente tetto, e nessuna necessità di legature.

Andiamo avanti.

« Sul mezzo del tetto sia esternamente fissato un gancio munito di fune, e su questa agisca qualche cosa di non importa quale natura che con forza costante tiri su. La cassa insieme coll'osservatore prende a volare in alto con moto uniformemente accelerato; e la sua velocità, se potessimo osservarla da un altro sistema di riferimento non collegato colla cassa, andrebbe crescendo fantasticamente ».

Qui osservo che le locuzioni *tiri su* e *volare in alto* sono sempre improprie e possono essere errate.

E mi spiego.

Einstein lascia imprecisata la natura *di quel certo qualche cosa* che tira la cassa. Invece, per ragionare bene, è necessario precisarla con tutta esattezza.

Infatti se quel certo qualche cosa è una forza simile ad una qualsiasi trazione usuale terrestre, come può essere un cavallo, un mulo, un asino, esse locuzioni sono improprie; perchè, come ho già detto, nel sistema non gravitazionale non vi sono nè su nè giù, nè alto nè basso. D'altra parte la trazione delle povere bestie, non solo non produrrebbe accelerazione al moto (e pur troppo lo sappiamo); ma, dopo il primo impulso dato alla cassa, questa si porrebbe in moto uniforme senza aver più bisogno dei successivi impulsi.

Se poi quel certo qualche cosa è un vero campo gravitazionale, e lo deve essere se produce accelerazione, allora le locuzioni sono errate; perchè tale campo, attirando a sè, tira in giù; come la terra tira in giù ogni corpo che cade e che non cade. Dunque la cassa, nel caso considerato da Einstein, cade nel campo gravitazionale; e quindi l'osservatore non prende a volare in alto, ma prende a muoversi colla cassa nella direzione della gravità (attrazione del campo); e se, come pare, egli è

un uomo come noi, sarà costretto a tenere i suoi piedi appoggiati sul soffitto o tetto della cassa; per avere una posizione analoga a quella che noi abbiamo abitualmente sulla terra, essendo la cassa tirata nel campo gravitazionale dalla parte del soffitto o tetto e non dalla parte del pavimento.

Andiamo ancora avanti.

«Ma l'osservatore entro la cassa come giudica il movimento? L'accelerazione cui la cassa è soggetta gli viene comunicata dal pavimento mediante una spinta che egli deve ricevere lungo le gambe; a meno che egli non preferisca di stare disteso sul pavimento. Egli si trova perciò precisamente come in una camera di una casa sulla nostra terra ».

Falso. . . falsissimo!

L'accelerazione al moto, nel caso considerato, non può essere data che da una forza attrattiva. Ora le forze che producono accelerazione non sono che: o gravitazionali od elettro-magnetiche, il cui campo è un vero campo gravitazionale per alcuni corpi speciali.

Non è ammissibile creare, come fa Einstein per comodo di ragionamento, una ipotetica ed impossibile forza che attragga la cassa e non ciò che vi è dentro.

D'altra parte se l'osservatore, come dice Einstein, si trova nella cassa come in una camera della nostra terra, egli ammette implicitamente che l'osservatore si trovi in un campo di gravitazione, e sia attratto dalla stessa forza che attrae la cassa. Se dunque cassa ed osservatore si trovano in un campo di gravitazione, le cose si svolgeranno precisamente come segue.

Ponete la cassa a qualche chilometro dalla superficie terrestre, col tetto rivolto ad essa. Lasciatela libera. La cassa comincerà e seguirà a cadere sulla terra con moto uniformemente accelerato, considerando la gravità g costante. Supponete che dentro la cassa si trovi un osservatore.

Dove dovrà tenere i piedi quel povero disgraziato che cade con la cassa?

Evidentemente sul soffitto contro il tetto; perchè questo è rivolto verso il movimento di caduta.

L'osservatore vola, dunque, in alto?

No; anzi precipita in basso.... perchè per *alto* si è sempre intesa la parte opposta alla direzione della forza attrattiva.

Riceverà la spinta al moto lungo le gambe?

No: perchè egli cade insieme alla cassa e colla stessa velocità.

E potrà tenere i piedi sul pavimento?

No; perchè starebbe nella posizione di colui che cade a capofitto. Dunque i ragionamenti di Einstein sono errati.

Quindi... andiamo avanti.

« Se egli abbandona un corpo, che prima teneva in mano, a questo non si comunica più l'accelerazione della cassa; di conseguenza il corpo stesso si avvicina al pavimento con moto relativo accelerato ».

In questo periodo risulta chiaro *che quel certo qualche cosa che tira la cassa non è un campo di gravitazione per i corpi che sono dentro la cassa*; perchè, se fosse tale, il corpo abbandonato seguirebbe a subire l'accelerazione del campo come la cassa, e non si staccerebbe neppure dalla mano aperta dell'osservatore.

« E l'osservatore si convince, continua Einstein, che l'accelerazione del corpo verso il pavimento è sempre la stessa; qualunque sia il corpo col quale compie le esperienze. Così l'uomo nella cassa, fondandosi sulla cognizione che esso ha, giunge al risultato che egli si trova insieme colla cassa in un campo di gravitazione costante nel tempo. Egli rimarrà per un momento meravigliato perchè, in questo campo, la cassa non cada ».

Invece, poichè l'osservatore non avrà potuto fare nessuna delle suindicate esperienze, egli non avrà potuto osservare nessun movimento dei corpi nè costante nè accelerato; perchè, come ho detto, il corpo che egli ha in mano e che ad un dato momento lascia libero, continua a subire l'azione della forza che fa muovere la cassa e l'osservatore, e quindi continua il suo moto entro la cassa restando sempre ad eguale distanza dal pavimento e non si avvicina ad esso come suppone Einstein. Quindi l'osservatore non avrà potuto fare nessuno dei ragionamenti a lui supposti; e proverà soltanto meraviglia di poter stare nella cassa, rispetto al campo gravitazionale della forza che fa muovere la cassa stessa con tutto ciò che vi è dentro, colla testa in giù e le gambe in alto.

« Ma se scopre sul tetto un gancio e attaccato a questo la fune tirata, allora egli conclude che la cassa riposa (!) sospesa in un campo di gravitazione. Dobbiamo noi ridere di quest'uomo e dire che il suo modo di capire è erroneo? Io credo che noi possiamo, se vogliamo essere conseguenti ».

Credo anche io che non possiamo ridere di un pover'uomo che, dopo aver constatato, secondo Einstein, che gli oggetti lasciati dalla sua mano cadevano sul pavimento con moto accelerato, e poi, soltanto per aver visto un gancio sul tetto con una fune tirata, conclude che la cassa *riposa* sospesa in un campo di gravitazione.

Evidentemente egli non ragiona; quindi è degno di compassione e non di riso.

Se la cassa è in campo di gravitazione certo *non riposa*, perchè deve cadere nel campo.

Quindi la conclusione (che fa tanto comodo ad Einstein) che la cassa è in quiete nel campo di accelerazione, parte dal cervello irragionevole dell'osservatore.

Esso, stando dentro la cassa, vede cadere sul pavimento gli oggetti da lui lasciati liberi, e deve concludere che la cassa è in quiete? Deve piuttosto concludere che, se la corda tira e se ciò che tira la corda è un campo di gravitazione, gli oggetti non potevano cadere sul pavimento, ma dovevano restargli in mano perchè attratti, come lui e la cassa, dal campo. Quindi egli ha sbagliato nelle sue conclusioni; ma ha maggiormente sbagliato chi ha fatto la relazione del suo viaggio.

Ed ecco la conclusione di Einstein.

« Possiamo dunque considerare la cassa in quiete, anche se è accelerata nello spazio galileano considerato. Noi abbiamo così un buon fondamento per estendere il principio di relatività a sistemi l'uno rispetto all'altro accelerati; ed abbiamo acquistato un ben solido argomento per generalizzare il postulato di relatività ».

Invece, poichè l'osservatore nella cassa non ha potuto fare nessuno dei ragionamenti che gli sono stati supposti, l'argomento per generalizzare il postulato di relatività è fragilissimo e non ha alcuna base.

« Nell'interno della cassa sia fissata al tetto una fune, ed all'estremo libero di questa sia attaccato un corpo. Avverrà così che la fune tesa penderà giù verticale ».

Come si vede, continua ancora l'ipotesi che il campo gravitazionale attiri la cassa e non ciò che vi è dentro. Tale concetto è impossibile in natura. In realtà si deve ammettere che il campo attiri la cassa, con tutto ciò che contiene, dalla parte del tetto. Quindi, se si attacca una fune al soffitto ed alla fune un corpo, è evidente che fune e corpo *non penderanno in giù*, ma giaceranno sul soffitto se il corpo è stato attaccato alla fune mentre su di esso soffitto si trovava; oppure fune e corpo resteranno sospesi nei luoghi stessi da essi occupati mentre era fatta l'unione, perchè entrambi seguitano a subire come prima la stessa azione del campo che attrae la cassa, ed hanno la stessa velocità.

« L'uomo dentro la cassa dirà: Il corpo appeso subisce nel campo gravitazionale l'azione di una forza diretta dall'alto in basso (!) alla quale fa equilibrio la tenzione di una fune; la massa ponderale del corpo stesso misura la tenzione della fune. D'altra parte l'osservatore, che sia librato nello spazio libero, giudicherà il fatto così: La fune è obbligata a seguire il moto della cassa e lo trasmette al corpo ad essa

appeso. La tensione della fune è tanta quanta occorre per provocare l'accelerazione del corpo. La massa inerte del corpo misura la grandezza della tensione della fune ϵ .

No; non è vero.

L'osservatore che sia librato nello spazio libero giudicherà il fatto così: Il corpo, attratto nel campo gravitazionale come la cassa e la fune, ha evidentemente la stessa accelerazione di queste. Quindi la fune non subisce alcuna tensione. D'altra parte il corpo, anche se non fosse attaccato alla fune e fosse posto soltanto in contatto coll'estremità libera di essa, resterebbe in tale posizione durante tutto il moto della cassa.

E lo stesso identico ragionamento è fatto ancora dall'osservatore posto nella cassa.

Per maggiore chiarezza... sebbene non ve ne sia forse il bisogno, riassumeremo ora tutti i ragionamenti di Einstein.

Vi è una cassa $A B C D$ nello spazio libero, che dapprima si suppone esser lontana da qualsiasi campo di gravitazione. Dentro la cassa vi è un osservatore O , che tiene i piedi sul pavimento $A B$. All'esterno del soffitto $D C$ è attaccato, sul tetto $D K C$, un gancio H ; ed a questo è attaccata una fune $H F$, alla quale è applicata una forza costante φ che tira la fune e la cassa nel senso della freccia (fig. 5). Tale forza, secondo Einstein ed anche secondo il buon senso, imprime alla cassa un movimento uniformemente accelerato; la cui accelerazione è espressa dal valore della forza φ stessa.

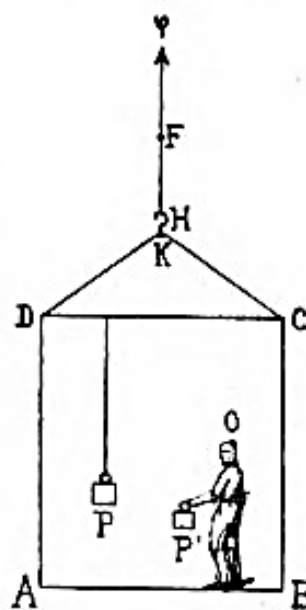


Fig. 5.

Ma, per Einstein, tale forza, che è poi detta campo gravitazionale, ha la singolare proprietà di attirare la cassa e non ciò che vi è dentro. Questo si arguisce:

1.° perchè l'osservatore O può tenere i piedi sul pavimento $A B$ ed il moto gli viene comunicato, non dall'azione del campo, ma dalla spinta del pavimento;

2.° perchè, se l'osservatore ha un corpo P' in mano e lo lascia libero aprendo la mano, vede il peso cadere sul pavimento $A B$; supponendosi, cioè, che il peso P' non attratto dal campo gravitazionale e non più condotto dalla mano, perda istantaneamente il moto acce-

erato che gli era comunicato dalla mano stessa, e così il pavimento $A B$ si avvicina ad esso col suo moto accelerato che conserva.

Ora, ripeto, è possibile che esista in natura un campo gravitazionale che attiri la cassa e non ciò che vi è dentro?

Evidentemente no.

Quindi questa prima supposizione di Einstein è completamente errata.

In realtà la cassa si trova, rispetto al campo gravitazionale che produce la forza φ , come è indicato nella figura 6; si trova, cioè, come

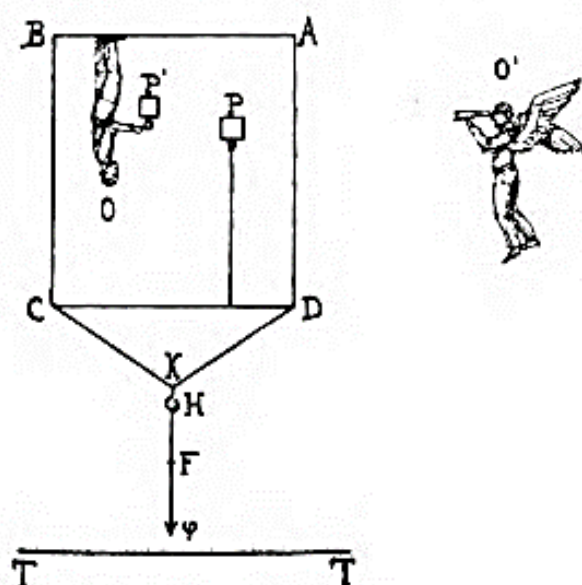


Fig. 6.

se cadesse sulla superficie terrestre $T T$; rappresentando φ la forza di gravitazione della terra.

Così stando le cose pongo i seguenti quesiti:

Credete voi che sia comoda la posizione dell'osservatore O , e che egli si trovi precisamente come in una camera di una casa della nostra terra?

Certamente no.

Credete che l'osservatore O riceva la spinta, nel suo moto accelerato, dal pavimento $A B$?

No; perchè egli cade colla stessa accelerazione e la stessa velocità del pavimento stesso.

Credete che, se l'osservatore abbandona colla mano il corpo P' , questo non sia più attratto dal campo gravitazionale terrestre; e che,

perciò, il pavimento $A B$ si avvicini al corpo P' col moto accelerato che ha?

No; perchè il corpo P' , ancorchè abbandonato dalla mano, seguita a cadere nel campo gravitazionale colla stessa accelerazione e colla stessa velocità che hanno l'osservatore ed il pavimento $A B$ della cassa.

E credete che l'osservatore O possa arguire, dalla supposta discesa con moto accelerato del corpo P' e di altri corpi verso il pavimento $A B$, che egli si trova in un campo di gravitazione che ha la direzione della caduta dei corpi ed è costante nel tempo?

No; perchè tale supposta caduta in realtà non avviene, *relativamente all'osservatore O* ; visto che i corpi, anche se lasciati liberi, continuano nel loro moto accelerato colla stessa accelerazione e colla stessa velocità che avevano allorchè erano in mano all'osservatore.

Credete che se l'osservatore O pone il capo ad un finestrino e vede il gancio H fisso al tetto, colla fune $H F$ ad esso gancio attaccata e tirato dalla forza φ che produce accelerazione, possa arguire che la cassa *riposa sospesa* in un campo di gravitazione?

No; se l'osservatore ragiona; perchè deve capire che egli e la cassa non possono rimanere sospesi in un campo di gravitazione, ma debbono necessariamente cadere nel campo.

Credete che l'osservatore da tutto ciò possa considerare la cassa *in quiete* pur essendo in moto accelerato?

No; perchè se la cassa è in moto accelerato (e l'osservatore lo deve capire perchè ha visto la fune tirata dalla forza φ), non può essere considerata in quiete.

Credete che se l'osservatore fissa al soffitto $C D$, nell'interno della cassa, una fune ed attacca a questa un corpo P , la fune subisca una qualsiasi trazione per effetto del corpo P ?

No; perchè il corpo P è attratto nel campo della forza φ come la fune e la cassa, e quindi si muove colla stessa accelerazione e la stessa velocità di queste.

E, finalmente, credete voi che l'osservatore O della cassa possa dire che la massa ponderale del corpo P misura la tenzione della fune; e che l'osservatore O' librato nello spazio possa dire che la massa inerte del corpo P misura la tenzione della fune?

No; se ragionano con un poco di criterio; perchè devono capire che la fune non subisce alcuna tenzione.

Dunque, recapitolando, Einstein vuole dimostrare che un osservatore può trovarsi in un campo di gravitazione produttore moto accelerato, e considerarsi come in quiete o come se il suo moto fosse

uniforme; e, per giungere a tale conclusione, imbroglia le supposizioni, i ragionamenti e le frasi in modo da produrre confusione nelle idee di chi lo ascolta o di chi lo legge, e condurlo così ad ammettere quello che è assolutamente impossibile in natura. Da tutto ciò si conclude che tutti questi ragionamenti sono *stupefacentemente* errati.

Ed è con essi che Einstein vuole generalizzare la già errata teoria speciale della relatività!

COME SI COMPORTANO GLI OROLOGI E LE ASTE METRICHE IN UN CAMPO DI GRAVITAZIONE.

Supponiamo, dice Einstein, un corpo K' che abbia la forma di un disco circolare piano che ruoti uniformemente nel suo piano attorno al suo centro. Un osservatore, seduto sul disco K' fuori del centro, si sente sottoposto ad una forza la quale agisce in direzione radiale verso l'esterno; e la quale da un altro osservatore, quiescente rispetto a K , sarà considerata come un'azione d'inerzia (forza centrifuga).

« L'osservatore però seduto sul disco potrebbe considerare questo come un corpo di riferimento in quiete; ed a ciò si sente autorizzato in base alla teoria generale di relatività. La forza agente su di lui ed in generale su tutti i corpi quiescenti rispetto al disco, è da lui considerata come un'azione di un campo gravitazionale. La distribuzione speciale di questo campo però non è compatibile colla teoria newtoniana della gravitazione. Ma l'osservatore ha fede nella teoria generale della relatività, e ciò non lo disturba. Egli spera con ragione che si possa trovare una legge generale della gravitazione la quale spieghi rettamente, non soltanto il movimento degli astri, ma anche il campo da lui percepito ».

Invece l'osservatore spera male e senza ragione.

La forza centrifuga (locuzione che è sempre stata impropria, ma che dai parrucconi della meccanica classica era ed è intesa nel suo giusto senso) non è una forza propriamente detta; come non lo è la forza d'inerzia (1).

(1) Ricordo in succinto, a chi se ne fosse dimenticato, quanto segue.

Consideriamo un punto che percorre, con moto vario, la traiettoria curvilinea $A M M' B$. Sia M la posizione occupata dal punto in un istante qualunque; e sia M' la posizione occupata dal punto stesso dopo un tempuscolo infinitesimo θ , a partire dalla posizione M . La forza che produce il movimento del punto è evidentemente diretta verso la parte concava della traiettoria $A M M' B$. Ora conduciamo, dalla posizione M , la tangente $M Q$ alla traiettoria. Sia v la velocità del punto considerato

Nel caso considerato essa non è che una semplice reazione al movimento di rotazione del disco, dovuta all'inerzia del corpo.

Un matematico francese, il Duhamel, ha scritto in proposito:
 « Si fanno qualche volta dei falsi ragionamenti relativamente alla

nell'istante in cui passa per M . Noi sappiamo che il punto, se non fosse deviato dalla forza che agisce su di esso e se questa forza cessasse di agire, percorrerebbe la tangente MQ con velocità costante eguale a v . Supponiamo dunque che la detta forza cessi, che il punto percorra la tangente MQ con velocità v , e che giunga in N dopo

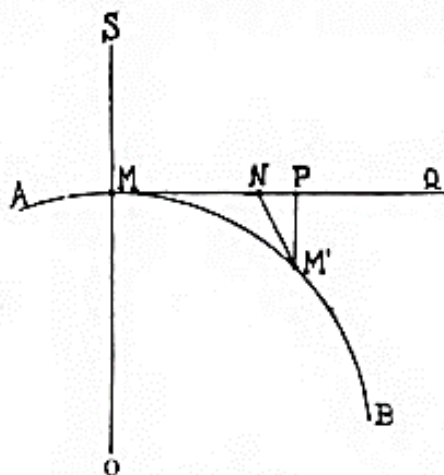


Fig. 7.

il tempuscolo infinitesimo θ sopra indicato. Avremo quindi che, dopo il tempuscolo θ , il punto considerato si troverà in M' nel suo movimento reale; e si troverebbe in N se la forza che agisce su di lui fosse cessata. Dunque l'azione della forza ha per effetto di aver deviato il punto dalla posizione N a quella M' . Ora noi sappiamo che la retta NM' è stata chiamata *deviazione*; e che la sua direzione si conta da N verso M' . Se dal punto M' conduciamo la perpendicolare $M'P$ alla tangente MQ avremo che: la NP sarà la componente della deviazione nel senso della tangente MQ ; e la PM' sarà la componente della deviazione nel senso della normale MO . Noi sappiamo ancora che: $NP = \frac{\theta^2}{2} \frac{dv}{dt}$, e si chiama *deviazione tangenziale*; e $PM' = \frac{\theta^2}{2} \frac{v^2}{R}$, e si chiama *deviazione centripeta*. In quest'ultima espressione R è il raggio di curvatura MO della traiettoria nel punto M .

Supponiamo ora che un altro punto parta da N e si diriga verso M' seguendo la deviazione NM' ; e che la percorra, con una certa velocità, nel tempuscolo θ . Allora noi sappiamo che l'accelerazione di questo movimento deviatorio nel senso della tangente è rappresentata da $\frac{dv}{dt}$; e l'accelerazione nel senso della normale è rappresentata da $\frac{v^2}{R}$. Ora $\frac{dv}{dt}$ si chiama *accelerazione tangenziale*; e $\frac{v^2}{R}$ si chiama *accelerazione centripeta*. Ma noi sappiamo che, matematicamente, le accelerazioni del moto

forza centrifuga, perchè non si ricorda abbastanza che essa non è applicabile al corpo in moto, ma al supposto corpo che percorre la *deviazione*. Si farebbe molto bene a sopprimere tale denominazione, che *tracisa spesso le idee nella loro essenza*; ed a sostituirvi la parola: *reazione* ».

rappresentano le forze sull'unità di massa che lo producono; quindi noi potremo chiamare $\frac{dv}{dt}$ col nome di *forza tangenziale*, e $\frac{v^2}{R}$ col nome di *forza centripeta*. Ciò induce a ritenere che, se il punto considerato fosse ad ogni istante sollecitato dalla forza tangenziale $\frac{dv}{dt}$ e dalla forza centripeta $\frac{v^2}{R}$ esso percorrerebbe la stessa traiettoria che percorre sotto l'azione della forza che in realtà lo sollecita. Quindi si può anche ritenere che $\frac{dv}{dt}$ e $\frac{v^2}{R}$ rappresentano le componenti tangenziale e centripeta di questa forza; ma non si deve dimenticare che esse realmente non lo sono, perchè esse si riferiscono al moto del punto ipotetico che percorre la deviazione $N M'$ e non al moto reale del punto considerato. Ciò premesso, ricordo ancora il seguente principio generalmente ammesso; e, cioè, che: ogni qualvolta si esercita un'azione sopra un corpo, questo esercita sempre un'azione eguale in senso contrario; e quest'azione si chiama *reazione* o *forza d'inerzia*.

Su questo punto è necessario spiegarci chiaramente; perchè molti non si sono fatti un concetto bene esatto in proposito.

Noi sappiamo che un corpo nello spazio, se non è soggetto ad alcuna azione o forza, che dir si voglia, permane in riposo, se già era in tale stato; o percorre una traiettoria rettilinea con moto uniforme, se la forza che aveva agito su di esso ha cessato di agire. Affinchè, dunque, il corpo considerato modifichi il suo stato naturale di riposo o di moto rettilineo uniforme è necessario l'intervento di una forza. Ora, affinchè il corpo sollecitato da una forza riprenda il suo stato naturale di riposo o di moto rettilineo uniforme, è evidentemente necessario che gli sia applicata un'altra forza eguale e contraria alla prima; ed è questa forza ipotetica che è stata denominata *forza d'inerzia*, e che sarebbe meglio denominata *reazione*. Dunque, come ho già detto in altro luogo, non si deve intendere che la forza d'inerzia sia come una *resistenza* opposta da un corpo ad assumere un movimento od a modificare il movimento rettilineo ed uniforme che possedeva; ma si deve intendere nel senso di una forza necessaria affinchè il corpo stesso, sollecitato già da un'altra forza, riprenda il suo stato naturale di riposo o di moto rettilineo uniforme.

Ritorniamo ora all'argomento che stavamo discutendo.

Si è detto che la forza od accelerazione centripeta, che obbliga un punto a percorrere una traiettoria curvilinea e lo distoglie dal percorrere una tangente qualsiasi della sua traiettoria con moto rettilineo uniforme, è espressa da $\frac{v^2}{R}$. Se noi dunque applichiamo al punto stesso una forza eguale e contraria alla forza centripeta, si ottiene evidentemente che il punto acquisterà il movimento naturale ora indicato.

Ora è proprio questa forza *ipotetica* che si è chiamata *forza centrifuga*. Quindi, in realtà, la forza centrifuga non esiste in sè stessa; ma sarebbe necessaria qualora si

Quindi la cosiddetta forza centrifuga non può essere considerata come generata da un campo di gravitazione; e, se l'osservatore sul disco la giudica come tale, vuol dire che non ricorda ciò che si è stabilito in proposito nella meccanica razionale.

Io sono ritto sopra una vettura ferma. Questa parte bruscamente con una certa velocità, ed io mi sento spinto dalla parte opposta come se ricevessi un'impulsione quasi istantanea da una forza che agisce in senso contrario a quello del moto della vettura. Dovrei forse dedurre da questo che mi trovo in un campo di gravitazione che ha detta direzione?

No; perchè credo di non essere un ingenuo; come lo sono, in generale gli osservatori di Einstein!

« L'osservatore sperimenta sul suo disco con orologi e regoli allo scopo di trovare, in base alle sue osservazioni, definizioni esatte circa il significato dei dati spaziali e temporali relativamente al disco stesso. Quali esperienze potrà egli compiere? ». Le esporrò abbreviando la dicitura di Einstein.

L'osservatore, dunque, pone un regolo alla periferia del disco che ruota, e constata che si accorcia. Pone due orologi di eguale struttura, uno sul centro del disco e l'altro sulla periferia; e constata che il primo conserva il suo ritmo usuale, e l'altro ritarda rispetto a questo. E ciò perchè si sono fatte queste deduzioni relative ai regoli ed agli orologi, derivandole dalle Formule di Lorentz. Ho già dimostrato che tali deduzioni sono assurde. Ad ogni modo, anche ammettendole, non si possono assolutamente estendere agli orologi ed ai regoli collocati sul disco; perchè le condizioni dei due sistemi K e K' considerati nelle precedenti deduzioni tratte dalle Formule di Lorentz sono essenzial-

vollesse ottenere l'effetto sopra indicato. Da tutto ciò ne consegue che la spinta verso l'esterno risentita da un corpo, nel suo movimento curvilineo o rotatorio, non deriva dalla forza centrifuga; ma sibbene deriva dalla tendenza naturale che ha il corpo stesso a sfuggire, in ogni punto della sua traiettoria, al movimento curvilineo o rotatorio, per continuare il suo movimento seguendo la tangente alla traiettoria.

Concludendo, dunque, Einstein non doveva dire: « Un osservatore seduto sul disco fuori del centro si sente sottoposto ad una forza la quale agisce in direzione radiale verso l'esterno ». Doveva invece dire, nel caso: « Un osservatore seduto sul disco fuori del centro si sente sottoposto ad una forza la quale agisce in senso tangenziale verso l'esterno ». Il che è ben diverso, perchè: nella sua interpretazione della forza centrifuga egli ha potuto aggiungere che la detta azione: « è dall'osservatore considerata come l'azione di un campo gravitazionale »; mentre, in realtà, la forza tangenziale non può essere certamente considerata dall'osservatore, malgrado ogni sua buona volontà, come l'azione di un campo di gravitazione.

mente diverse da quelle del disco. Nel primo caso l'osservatore (sistema K) si trova dietro alla direzione rettilinea del moto dell'orologio e del regolo (coricato nella direzione stessa del movimento) che si allontanano indefinitivamente da lui; e giudica in tali condizioni. Nel caso invece del disco, l'osservatore, che si trova al centro (sistema K'), vede svolgersi il moto dell'orologio e del regolo, collocati alla periferia del disco (sistema K'), intorno a sè; quindi orologio e regolo non si allontanano da lui; ed il regolo è in posizione normale e non longitudinale rispetto ad esso.

In conclusione, dunque, pur ammettendo le deduzioni tratte per i regoli e gli orologi che si muovono longitudinalmente rispetto al sistema K , esse non possono assolutamente essere estese al caso del movimento rotatorio.

Perciò, in questo caso, l'orologio non ritarda ed il regolo non si accorcia.

Per Einstein, invece, il ritardo e l'accorciamento esistono; quindi il suo osservatore misura col regolo accorciato la circonferenza del disco ruotante e la trova più lunga di quella del disco fermo. Perciò, poichè la misura del diametro del disco fermo o ruotante non varia, trova che il rapporto π fra la circonferenza ed il diametro ha un valore maggiore di 3,14.

A tutto ciò osservo che: prima di tutto il regolo, come ho già detto, non si accorcia.

Poi osservo che, per giungere alla suindicata conclusione, si misura il diametro col regolo normale e la circonferenza col regolo contratto; e si fa così il rapporto fra due misure che evidentemente non hanno alcuna relazione fra di loro. Se si misurassero, invece come è necessario per stabilire un rapporto esatto, la circonferenza ed il diametro del disco in moto col regolo contratto, il valore di π rimarrebbe inalterato; e ciò perchè, secondo Einstein, nel movimento rotatorio il regolo si contrae ma la circonferenza del disco no.

Però a questo proposito io domando: che cosa è, in sostanza, il regolo posto alla periferia del disco se non una porzione lineare della circonferenza del disco stesso? Ora, se si contrae il regolo, non vi è alcuna ragione perchè non si contraega la corrispettiva porzione della circonferenza del disco sulla quale il regolo è adagiato; e, se si contrae tale porzione, per la stessa ragione devono contrarsi tutte le successive porzioni della circonferenza del disco. Perciò tutta la circonferenza resterà contratta nella stessa proporzione del regolo. Quindi la misura della circonferenza contratta col regolo proporzionalmente contratto, darebbe lo stesso valore della misura della circonferenza immobile fatta col regolo non contratto.

E, poichè la misura del diametro non contratto è fatta col regolo non contratto, così il rapporto fra la circonferenza del disco ruotante col suo diametro sarebbe sempre $\pi = 3,14$.

Dunque non è possibile prendere sul serio i ragionamenti e le conclusioni di Einstein.

« Da ciò risulta dimostrato . . . » ed ecco come si fraggono le conclusioni . . . « che i teoremi della geometria euclidea non possono essere esattamente validi sul disco, nè quindi in generale in un campo di gravitazione (!); almeno se al regolo si attribuisce la lunghezza 1 in tutte le direzioni ».

Invece tutto questo è erroneo; perchè ho dimostrato che il disco ruotante non può essere paragonato ad un campo di gravitazione, e che i teoremi della geometria euclidea sono validi anche per il disco ruotante.

« Dunque, conclude Einstein, per dare un preciso significato alle leggi naturali, è necessario definire bene le coordinate ed i tempi degli avvenimenti. Ed è ciò che si farà nei seguenti paragrafi ».

CONTINUO EUCLIDEO E NON EUCLIDEO.

« Supponiamo, dice Einstein, di avere una tavola di marmo; e supponiamo che essa sia ricoperta da una rete di quadratini i cui lati siano costituiti da asticelle tutte eguali fra loro. Contando i quadratini, noi potremo avere la superficie della tavola. Se effettivamente la costruzione della rete riesce bene, io dico che i punti della superficie della tavola costituiscono un *continuo euclideo*, considerando le asticelle come segmenti. Ma supponiamo che le asticelle si allungino riscaldandosi. Allora, se si riscalda il centro della tavola e non la periferia, le asticelle del centro si allungano e le altre no. Quindi, se a freddo la tavola era intieramente ricoperta di asticelle, quelle del centro riscaldate si allungano e respingono le altre. Tutta la costruzione, dunque, si scompagina. Perciò, in questo caso, la superficie della tavola non si potrà misurare coi sistemi cartesiani; ed il suo continuo non sarà più euclideo ».

Questo ragionamento di Einstein non è chiaro; e, come vedremo, non esprime neppure con precisione le sue idee.

Prima di tutto da esso risulta che, mentre le asticelle poste sul centro della tavola di marmo si allungano allorchè si riscalda questo centro, esso non si dilata; perchè, se si dilatasse nella stessa proporzione delle asticelle, la costruzione fatta con esse non si scompagnerebbe.

D'altra parte visto che il marmo, secondo Einstein, non si dilata, noi potremo costruire le asticelle di marmo e fare con esse la costruzione di cui sopra. In questo modo, riscaldando la tavola al centro, tavola ed asticelle non si dilaterebbero; ed il continuo resterebbe euclideo.

Poi al ragionamento di Einstein si può rispondere anche nel seguente modo molto elementare.

Per misurare la superficie della tavola, sia a temperatura uniforme che se riscaldata al centro, non abbiamo affatto bisogno di architettare su di essa il reticolato di quadretti formati da asticelle (per dar modo ai ragionamenti di Einstein di svilupparsi); ma basta un'asticella sola presa per unità di misura di lunghezza. Con questa si misurano i lati della tavola, e se ne ha la superficie. Se il riscaldamento al centro della tavola farà variare la superficie di essa (come alcuni suppongono) le due misure non saranno eguali. Ed ecco tutto.

Ma, si dice, col riscaldamento al centro la superficie della tavola si è, non solo dilatata, ma si è anche deformata; perdendo la sua forma piana. E che per ciò? Forse che le protuberanze e gli avvallamenti della parte centrale riscaldata, non avranno ciascuna una forma ben definita, sebbene irregolare? Forse che noi non potremo misurare, coi metodi cartesiani, anche queste porzioni irregolari della tavola; come si misurano le elevazioni e gli avvallamenti della superficie terrestre?

Dunque mi sembra che questi esempi, addotti per creare un continuo non euclideo, non reggono ad una sana critica.

Ma vi sono altri che ragionano come segue.

Invece di una tavola considerano una porzione di spazio vuoto; e, per misurarne il volume con sistemi cartesiani, vi architettano una costruzione composta di cubettini aderenti fra loro ed aventi per lato l'unità di lunghezza. Prendendo poi per unità di volume uno dei cubettini, il numero di questi darà il volume dello spazio considerato. Ma, si dice, se si riscalda una porzione di tale spazio, tutta la costruzione fatta si scompagina; perchè i cubettini si deformano, e lo spazio si... *incurva*. Quindi lo spazio non è più euclideo; e non si può misurare coi sistemi cartesiani.

Ora io confesso candidamente che non mi riesce di immaginare come ed in qual modo una porzione di spazio si possa *incurvare*!

Lo spazio si incurva... ma da quale parte o da quali parti? E quale forma assume? Diviene forse sferico... come alcuni fantasticano?

E le altre porzioni di spazio che sono rimaste a temperatura uniforme, restano ancora... come devo dire... euclidean? Ma allora: come mai una porzione di spazio sferico non euclideo può coesistere con altre porzioni di spazio euclidean?

Lo spazio vuoto si incurva?

Ma per avere l'idea di un incurvamento qualsiasi è necessario riferirsi ad un qualche cosa di materiale che si incurva. Ed allora lo spazio vuoto dei relativisti è materiale? Non lo credo. Se essi ammettono che lo spazio sia occupato dall'etere, questo si suppone imponderabile ed immateriale. Se lo suppongono occupato dalla miriade di *elementi di energia* (quanta) che emanano dalle stelle e che si incrociano per ogni verso colla velocità della luce, anche questi elementi sono supposti immateriali.

Ed allora, se nello spazio non vi è materia (all'infuori dei corpi celesti, ciascuno dei quali è ristretto in una massa infinitesima di fronte allo spazio vuoto), che cosa si incurva nelle porzioni non uniformemente riscaldate?

Non si ha, dunque, ragione di ritenere che questi concetti, ideati fra le nebbie del Nord, hanno meno fondamento di qualsiasi favola? Manzoni, nella sua modestia, ha detto che è andato a lavare la sua prosa nelle acque dell'Arno. Ma con più ragione si potrebbero invitare i *colossi* del settentrione a rischiarare le loro idee al bel sole del Mediterraneo!

Ricapitolando: i ragionamenti di Einstein sopra riportati e tendenti a creare dei continui non euclidei, gli servono essenzialmente per giungere alla conclusione che segue.

« Ma allora, egli dice, conviene abbandonare il metodo delle coordinate cartesiane e ricorrere ad un altro che non supponga la validità della geometria euclidea per i corpi rigidi ».

Tutto ciò gli serve per giungere alle coordinate di Gauss che, secondo lui, non suppongono tale validità.

Esposto brevemente il metodo di Gauss, Einstein lo estende ai continui a tre ed a quattro dimensioni.

Non è conveniente nè utile il seguire Einstein nella esposizione elementare dei passaggi che conducono dal concetto della teoria speciale a quello della teoria generale di relatività; e ciò perchè una esposizione elementare di tali passaggi non è possibile senza che riesca affastellata e confusa. D'altra parte una esposizione chiara e completa non è neppure possibile per l'indole stessa di questo lavoro.

Osserverò soltanto che tutto il poderoso lavoro si fonda sulla Trasformazione di Lorentz; e quindi ha un base parlata.

Passerò dunque a considerare la parte terza della esposizione elementare sulla teoria speciale e generale di relatività pubblicata da Einstein; e della quale ci occupiamo.

CONSIDERAZIONI CIRCA L' UNIVERSO RIGUARDATO COME UN TUTTO.

DIFFICOLTÀ COSMOLOGICHE DELLA TEORIA DI NEWTON.

« Noi consideriamo, dice Einstein, l'Universo spazialmente e temporalmente infinito. Dappertutto vi sono stelle; sicchè la densità della materia può essere diversa fra luogo e luogo, ma, in larga media, sempre la stessa. Questo concetto è inconciliabile colla teoria di Newton. Questa richiede, invece, che l'Universo abbia una specie di centro; nel quale la densità delle stelle sia massima, ed allontanandosi dal quale la densità stellare diminuisce sino ad arrivare sempre più avanti ad un Vuoto infinito. Il mondo siderale sarebbe così quasi come un'isola finita nell'infinito oceano spaziale. Questa rappresentazione è per se stessa poco soddisfacente. Lo è tanto meno in quanto si arriva così alla conseguenza che la luce emanante dalle stelle come pure le singole stelle del sistema siderale avanzino continuamente verso l'infinito senza mai ritornare indietro, e senza mai entrare in azione scambievole con altri oggetti naturali. L'universo della materia così conglobata entro limiti finiti dovrebbe a poco a poco esaurirsi ».

E, per dimostrare tutto ciò, ragiona come segue.

« Secondo la teoria di Newton, in una massa fanno capo tante linee di forza che provengono dall'infinito ed il numero delle quali è proporzionale alla massa m . Se ρ_0 è la densità media dell'universo, una sfera di volume V raccoglie una massa $V \rho_0$. Il numero delle linee di forza che attraverso alla superficie F penetrano nell'interno della sfera è proporzionale a $\rho_0 V$. E così il numero delle linee di forza che attraversa l'unità di superficie è proporzionale a $\rho_0 \frac{V}{F}$; ossia a $\rho_0 R$. L'intensità del campo della superficie dovrebbe crescere all'infinito col crescere col raggio R della sfera; il che è impossibile ».

Comincio col dichiarare che non intendo, con ciò che dirò, di difendere questa teoria di Newton sull'universo. Constato che essa non fa parte della così detta ipotesi di Newton, la quale si esprime così: *I corpi si attraggono mutualmente in ragione diretta della loro massa ed in ragione inversa dei quadrati della loro distanza.*

Questa è la ipotesi di Newton e della meccanica classica che si deve discutere.

Quindi la teoria di Newton sulle linee di forza che provengono dall'infinito è fuori discussione; e non entra a costituire la teoria che regola il moto dei corpi celesti nello spazio, da lui stabilita.

Premesso ciò, osserviamo quali idee esprime Einstein nei ragionamenti sopra riportati.

Prima di tutto non so proprio capire come la teoria di Newton richieda una specie di centro dell'universo; tanto più che il parlare di centro *nella spazio infinito* è semplicemente ingenuo.

Poi, se Newton dice che le linee di forza provengono da tutte le parti dello spazio infinito, ammette implicitamente che i centri materiali di forza dai quali esse linee emanano siano distribuiti in ogni dove sino all'infinito.

Questo è dunque proprio il contrario di quello che afferma Einstein, e cioè: « che il mondo siderale (di Newton) sarebbe così quasi un'isola finita nell'infinito oceano spaziale ».

D'altra parte, anche ammesso che la teoria di Newton conduca alla conseguenza di un ammassamento di materia in uno spazio limitato dell'universo, non capisco il perchè, a lungo andare, *essa dovrebbe esaurirsi*.

Esaurirsi! Come?

Cesserebbe ogni movimento? Impossibile.

Sparirebbe la materia che compone l'ammasso siderale?

Più impossibile ancora.

La materia dell'ammasso siderale si diffonderebbe in ogni dove nelle profondità infinite dello spazio?

Ma con ciò essa non si esaurirebbe.

Ed allora?

Perchè lanciare delle frasi sensazionali per impressionare il pubblico minuto, senza spiegarne il significato?

Quando poi Einstein dice che la teoria di Newton conduce alla conseguenza che: « la luce emanante dalle stesse come pure le singole stelle avanzino continuamente verso l'infinito senza mai tornare indietro e senza mai entrare in azione scambievolmente con altri oggetti naturali » esprime varie... ingenuità.

In uno spazio infinito le stelle si muovono seguendo le loro traiettorie determinate dalle loro reciproche azioni gravitazionali. Probabilmente anche i sistemi planetari ruotano intorno ad altri sistemi più poderosi; i quali, a loro volta, ruotano e vanno... chi sa dove!

Il dire dunque che la luce e le stelle avanzano nell'infinito non ha alcun senso; perchè, di fronte all'infinito, ogni avanzamento, sia pure immenso, è zero.

Quanto poi al rammarico ed alla difficoltà posto che la luce e le stelle non possano mai tornare indietro *per entrare in azione con altri oggetti naturali*, me ne dispiace assai per Einstein, per la luce e per le

stelle. Soltanto mi piacerebbe sapere quali possono essere gli oggetti naturali che esistono nello spazio e coi quali la luce e le stelle dovrebbero entrare in azione; e di che genere è questa azione. Ma, probabilmente, si tratta di interessi tutt'affatto privati; e sui quali non è lecito investigare.

Se Einstein avesse pensato che ogni centro luminoso stellare emana nello spazio, non solo il raggio che egli fa viaggiare, ma un'infinità di raggi in tutte le direzioni, raggi che costituiscono un'intera sfera luminosa che penetra in ogni parte dello spazio stesso, allora avrebbe potuto forse capire quanto è piccola l'idea del raggio luminoso che non può tornare indietro! Ma l'obiezione, che egli crede più seria, alla teoria di Newton è quella tratta dalla espressione $g_0 R$; dalla quale Einstein, come ho indicato, deduce che: «l'intensità *del campo* sulla superficie dovrebbe crescere all'infinito col crescere del raggio R della sfera; ciò che è impossibile».

Osservo intanto che, nella esposizione della teoria di Newton, non si parla affatto di intensità di campo ma di numero di linee di forza; quindi non si deve dire che l'intensità del campo deve crescere all'infinito, ma che il numero delle linee di forza deve crescere all'infinito. Questa osservazione, che a prima vista sembra oziosa, ha il suo perchè.

Si ricordi che consideriamo una sfera, di volume V e di raggio R , nella quale penetrano da ogni parte dell'infinito linee di forza che hanno perciò tutte le possibili direzioni. Quindi, se esse avessero eguale intensità, la loro risultante sarebbe eguale a zero e non infinita. Se poi le loro intensità non fossero eguali, potrebbe forse anche avere un valore finito. E, quando anche la somma delle intensità delle linee di forza sia infinita per $R = \infty$, perchè non lo può essere?

Se R è infinito vuol dire che la sfera considerata racchiude tutto l'universo; quindi non è illogico il ritenere che la somma delle intensità delle linee di forza che provengono da tutto l'universo possa essere infinita.

Ma l'espressione $g_0 R$ si riferisce all'unità di superficie della sfera considerata; ed è per essa che il numero delle linee di forza non può essere infinito, dice Einstein, per $R = \infty$. Io osservo invece che se, per $R = \infty$, il numero delle linee di forza che provengono da tutto l'universo è infinito sull'intera superficie, lo è necessariamente anche sull'unità di superficie.

Ma, per calmare tutte queste apprensioni sul numero e l'intensità totali delle linee di forza provenienti dall'infinito, inviterò Einstein a fare le seguenti riflessioni.

Ogni linea di forza emana da un corpo celeste. Ebbene, se facciamo un calcolo per conoscere a che cosa si riduce l'intensità di una linea di forza allorchè da una stella giunge ad un'altra, si trova che è ridotta ad una quantità infinitesima. E ciò per le stelle visibili ad occhio nudo. Figuriamoci a che cosa si riducono le intensità delle linee di forza provenienti dalle stelle telescopiche, e da quelle che non sono neppure telescopiche!

Quindi è possibile, anzi è probabile, anzi è certo che la somma di un numero anche infinito di intensità infinitesime, possa dare una risultante finita.

D'altra parte è bene rilevare una strepofacente contraddizione nella quale cade Einstein.

Egli dimostra che la teoria di Newton è assurda perchè, per $R = \infty$, l'intensità del campo delle linee di forza sull'unità di superficie della sfera considerata diviene infinito... il che è impossibile, dice lui. Per giungere a questa conclusione egli ammette, dunque, che R possa divenire infinito.

Ma in seguito, come vedremo, egli dimostra che R , raggio mondiale, non può essere infinito; e che ha invece il valore finito $R = \frac{2}{k g}$; nella quale si ha: $\frac{2}{k} = 1,08 \times 10^7$ (nel sistema C. G. S.), e g è la densità media della materia.

Ora, se per lui R è finito, perchè, per demolire la teoria di Newton, suppone che R possa assumere un valore infinito?

Qui è evidentissimo che Einstein, allorchè gli fa comodo per i suoi ragionamenti, ammette ora una ipotesi e dopo la ipotesi opposta; con una mancanza di memoria davvero fenomenale.

Quindi cadono tutti i ragionamenti e le deduzioni di Einstein contro la teoria di Newton; e questa può anche essere verosimile.

(*Continua*).

Studio critico sulle teorie di relatività

Seguito della discussione sulle formole di Lorentz pubblicata nei numeri 12
del 1924 ed 1 del 1925 de « Il Politecnico »

Prof. Gen. SCIPIONE BRACCIALINI

Continuazione alla pag. 152 e pag. 180, N. 6

POSSIBILITÀ DI UN MONDO FINITO E PURE NON LIMITATO.

« Le speculazioni, dice Einstein, circa la costituzione dell'universo avanzano adesso in tutt'altra direzione. Lo sviluppo della geometria non euclidea fece conoscere che si può dubitare dell'infinità del nostro spazio senza mettersi in contrasto con le leggi del pensiero e con l'esperienza (Riemann, Helmholtz). Queste cose furono da Helmholtz e Poincaré compiutamente chiarite con insuperabile perspicacia; sicchè qui basterà farne breve cenno.

« Rappresentiamoci mentalmente un mondo a due dimensioni. Esseri superficiali con strumenti superficiali, e specialmente con regoli di misura rigidi e superficiali, si muovono liberamente in un piano. Supponiamo che essi null'altro conoscano fuori di questo piano, nel quale sia anche racchiuso per essi la causa di ogni evento, che essi possono osservare in sé stessi e nelle loro cose superficiali. Supponiamo in particolare che sia possibile effettuare con asticelle la costruzione della rete considerata allorchè si trattò del continuo euclideo e non euclideo. Un mondo così fatto è in contrasto col nostro mondo a due dimensioni; però, come il nostro mondo, è infinitamente esteso. Infiniti quadrati di asticelle vi trovano posto; il suo volume (superficie) è infinito. Quegli esseri possono dire con ragione che il loro mondo è piano, nel senso che colle loro asticelle si possono compiere le costruzioni della geometria piana euclidea; ove ogni singola asticella rappresenta sempre lo stesso segmento indipendentemente dalla sua posizione ».

Osservo che, pur lasciando alla fantasia piena libertà di immaginare le cose più strampalate, non è permesso fantasticare nel campo

cosidetto scientifico. Un piano, ed in generale una superficie, costituiscono il limite di separazione fra due spazi che si estendono, oltre che nelle due dimensioni della superficie, anche in una terza dimensione. Quindi affinché il piano ora immaginato (e la superficie sferica della quale ci occuperemo fra breve) possano esistere, è necessario che esista anche la terza dimensione. Perciò il mondo piano è assolutamente impossibile; e sull'impossibile non si possono fondare ragionamenti e trarre deduzioni che abbiano un barlume di ragione e di serietà.

La fantasia sbrigliata di un novelliere può dar vita a fate ed a mostri che nella pratica non vi sono *ma che vi potrebbero essere*; ma la nostra mente, anche la più audace, non può dar vita ad un piano o ad una superficie che esistano da soli. Lo si può dire a parole, ma non si possono assolutamente immaginare; perchè tutte le nostre idee, in tanto esistono nel nostro cervello, in quanto si riferiscono ad un ambiente, o continuo, a tre dimensioni; e non possiamo averne per ambienti supposti a due dimensioni. Questi mondi si possono enunciare a parole, ma non si possono assolutamente immaginare; e, se Helmholtz e Poincaré hanno avuto *la insuperabile perspicacia di dar corpo a tali parole*, ciò significa che il loro cervello apparteneva ad esseri a due dimensioni.

Provi il lettore a chiudere gli occhi, a concentrare tutte le sue facoltà intellettuali, e mi dica *se può vedere* una superficie che esista da sola senza gli spazi che essa delimita e divide.

Colla stessa serietà, se io fossi uno degli esseri a due dimensioni, potrei lor favoleggiare su di un mondo ad una dimensione, costituito da una *circonferenza* che è finita e non ha limiti, per poi dedurre che il loro mondo è una *superficie sferica* che è pure finita e non ha limiti!

« Rappresentiamoci ora invece un mondo, seguita Einstein, a due dimensioni; ma non più in un piano, bensì su di una superficie sferica. Gli esseri superficiali colle loro asticelle metriche ed altri oggetti si adattano esattamente alla loro superficie e non possono abbandonarla; tutto il loro mondo conoscibile è limitato alla superficie della sfera. Questi esseri possono considerare la geometria del loro mondo come euclidea a due dimensioni e considerare le asticelle come realizzazione di segmenti? Non lo possono. Se, infatti, cercano di realizzare una linea retta essi ottengono una curva, che per noi è tridimensionale come circolo massimo; ossia una linea chiusa su sè stessa, di determinata lunghezza finita, che si può misurare con una asticella ».

Come ho già detto, gli esseri strani a due dimensioni schiacciati sulla superficie sferica del loro mondo, non possono nè esistere nè concepirsi. Ad ogni modo essi non possono cercare di realizzare una

linea retta, nel senso da noi attribuito a tale idea; perchè per loro tale linea retta e l'idea ad essa relativa non esistono. La loro linea retta... più breve distanza fra un punto e l'altro della loro superficie... è l'arco di circolo massimo che unisce i due punti.

Inoltre alla insuperabile perspicacia degli Helmholtz, dei Poincarè, e compagni è sfuggita una piccola circostanza *di fatto* che pone in dubbio, non solo, ma distrugge tutte le loro concezioni e tutti i loro ragionamenti. Si sono dimenticati, cioè, che la superficie sferica non ha la stessa curvatura in tutte le direzioni. Quindi, se le asticelle metriche dei suoi abitanti si adattano alla superficie lungo i circoli massimi, non si adattano lungo tutti i circoli minori. Ed allora: di quali asticelle saranno muniti quelli esseri schiacciati sulla superficie sferica? E quali costruzioni geometriche, euclidee o non euclidee, potranno architettare? Evidentemente nessuna.

Qualunque asticella essi abbiano, questa non potrà che strisciare sulla superficie sferica nel solo senso del circolo del quale ha la curvatura; e non potrà assolutamente adattarsi a tutti gli altri circoli che hanno curvatura diversa. Affinchè l'adattamento fosse possibile in tutti i sensi sarebbe necessario che la lunghezza delle asticelle non fosse metrica, ma infinitesima; ossia che ciascuna asticella fosse ridotta ad un punto. Ora farei torto alla insuperabile perspicacia degli Helmholtz e dei Poincarè se supponessi che ritenessero possibile di fare architettare, dai loro esseri schiacciati, le costruzioni di una qualsiasi geometria... avendo a loro disposizione soltanto un punto! Ora dica il lettore, che non è irrigidito in tali assurde fantasticherie, se esse possono essere prese in seria considerazione.

Ma vi ha di più.

Un'altra dimenticanza hanno commesso i sublimi matematici che hanno immaginato gli esseri a due dimensioni schiacciati sulla superficie sferica; si sono dimenticati, cioè, di dirci in quale modo essi vedono ed in quale modo essi si trasportano da un punto e l'altro del loro mondo; perchè, per lavorare ed architettare costruzioni geometriche, bisogna bene vedere e muoversi!

Se hanno gli occhi come noi (e non vedono con qualche senso a noi sconosciuto) allora a stento potranno muoversi; perchè, per il loro organo visivo che è aderente alla superficie sferica, tutto l'orizzonte visibile si riduce al solo punto che occupa, e non può assolutamente vedere altri punti. Dunque tali esseri non potranno vedere del loro mondo che un solo punto per volta; e, per poco che essi abbiano una qualche dimensione sensibile, non potranno vedere del loro corpo che il punto occupato dai loro occhi. Perciò, affinchè essi possano muc-

versi, pensare e lavorare, è necessario che la loro vista possa seguire la curvatura della superficie sulla quale abitano.

Vedono, dunque, ad arco di circolo.

Superata così la difficoltà della vista, rimane l'altra difficoltà che ho accennata. Come si muovono?

Per esistere è necessario che il loro corpo abbia qualche dimensione; sia pure ridotto alla sola lunghezza lineare. Allora il loro corpo si troverà nelle condizioni stesse delle asticelle. Quindi non potrà che strisciare nel senso del circolo del quale ha la curvatura; e non potrà adattarsi a tutti gli altri circoli.

Mi si potrà obiettare che il corpo di questi esseri può contrarsi a loro volontà ed adattarsi così a qualsiasi curvatura.

Ed allora si conclude che detti esseri debbono avere la visione ad arco di circolo di variabile curvatura, ed il loro corpo deve essere di gomma elastica adattabile a volontà.

Sono dunque esseri speciali ben differenti da noi, e la cui mentalità deve essere ben differente della nostra. Perciò, per quanto uno si chiami Helmholtz, Poincaré ed Einstein, è ben difficile che possa avere un'idea di ciò che tali esseri possono pensare ed operare. Invece si prestano loro le nostre idee, che nascono in un mondo a tre dimensioni.

Queste concezioni astratte, che Einstein pone come pietre miliari della strada che deve condurre alla conclusione che il nostro mondo è finito e non ha limiti, sono assolutamente inconcepibili, illogiche ed errate; e non servono allo scopo.

« E del pari questo mondo, dice Einstein, ha una superficie finita, che si può paragonare alla superficie di un quadrato di asticelle. Ma il risultato più attraente che si coglie immergendosi in queste riflessioni (!) è questo: Il mondo di questi esseri è finito eppure non ha limiti ».

Eccoci finalmente pervenuti al razzo finale che, coi suoi bagliori, deve illuminare il profondo pensiero degli Helmholtz, Poincaré, ed Einstein!

Dunque vi possono essere mondi senza limiti, eppure finiti!

Per gli illustri matematici una supposizione inverosimile, assurda, ed impossibile perfino a concepirsi, si sviluppa, prende corpo, ed esplose in una conclusione profondamente straordinaria.

Quando è così, voglio anche io creare un mondo fantastico a modo mio.

Colloco ancora io sopra una superficie sferica gli esseri schiacciati a due dimensioni; per i quali tutto il loro mondo è nella superficie sferica stessa. Però, restando nel campo delle supposizioni astratte, assegno a tali esseri una forma speciale. Essi sono foggiate ad anello;

e possono, come se fossero di gomma elastica, allargarsi e restringersi a volontà mantenendo sempre la forma ad anello. Per brevità di linguaggio li chiamerò: anelloidi.

Vi è, fra questi anelloidi, uno scienziato il quale si ficca in testa di esplorare tutto il suo mondo. Allora egli, per non sbagliarsi e non correre il rischio di passare due volte nello stesso posto senza accorgersene, prende le sue precauzioni. Fa piantare in un punto della sua superficie sferica un palo con una bandiera... inglese; perchè è risaputo che anche i mondi a due dimensioni debbono essere inglesi. Egli chiama quel punto: Polo nord. Poi fa misurare, colle asticelle e coi metodi che avrà imparati dagli esseri schiacciati di Poincarre ed Einstein, un circolo massimo passante per il polo nord; determina il punto diametralmente opposto a questo, e lo chiama: Polo sud. Vi fa piantare un altro palo con un'altra bandiera inglese. Ciò fatto, il mio eroico ed intelligente anelloide se ne va al polo nord, circonda il palo, raccomanda l'anima a Dio, e parte per il suo viaggio.

Nè si muove certo per vie ferrate come in oggi col vapor; ma cammina secondo i mezzi che la natura gli ha dato. Egli procede, cioè, allargandosi ed aumentando a mano a mano di diametro, abbracciando così gradatamente la sua superficie sferica; ed avanza per cerchi che dirò: paralleli. Costata allora che la superficie sulla quale abita si sviluppa per circonferenze che gradatamente aumentano di diametro. Ciò lo pone in un certo orgasmo; perchè non sa se la sua resistenza elastica è illimitata o no. Chi sa mai...! forse egli potrebbe scoppiare nel viaggio!

Però, con sua grande soddisfazione, constata che in una certa posizione ha raggiunto il diametro massimo; e che, da quella procedendo, il diametro del suo mondo diminuisce; e constata ancora che la diminuzione progressiva segue la stessa legge dell'aumento progressivo precedente. Allora il mio anelloide, giunto all'asta di bandiera del polo sud, ragiona così.

Il mondo su cui abito ha una bella forma; e, per ricompensa, lo chiamerò superficie sferica. Esso evidentemente è finito; ed i suoi limiti, per me e per tutti gli anelloidi, sono l'asta di bandiera del polo nord, e quella del polo sud.

Se il lettore mi vuole accusare di aver raccontato una storiella indegna del profondo argomento che studiamo, io lo prego di constatare che essa non è nè più leggera nè meno probabile di quelle che raccontano Einstein e compagni. Forse questa è meno noiosa, e si scosta meno dalla verità, di quelle.

Tutt'al più mi si potrà obbiettare che, nel mondo a due dimen-

sioni da me considerato, non è possibile piantare aste di bandiera. Ma, invece dell'asta, sostituite un punto segnato sulla superficie sferica; e disegnate la bandiera intorno ad esso.

In questo modo l'obbiezione è superata.

Che cosa si deve concludere da tutto ciò che ho detto?

Si deve concludere che il mondo a due dimensioni considerato da Einstein è finito *ed ha anche limiti*; perchè i limiti di una superficie sferica possono essere costituiti da due punti diametralmente opposti; come i limiti di un segmento di retta sono i suoi due punti estremi. Da uno di essi cominciano e dall'altro finiscono.

E ciò che si dice della superficie sferica, si può riferire a qualsiasi altra superficie curva chiusa.

Faccio inoltre osservare che l'intelligenza degli esseri a due dimensioni di Einstein, sebbene sia grandissima, pure è ben strana; ed ha delle lacune inesplicabili. Essi girano per tutto il loro mondo. Percorrono delle linee chiuse, che sono perfino dei cerchi massimi; e non riflettono a ciò che necessariamente vi deve essere fra due punti, della loro superficie, diametralmente opposte. Se vi riflettessero, capirebbero che fra i detti due punti vi deve essere necessariamente un altro spazio che non appartiene alla superficie sferica sulla quale essi si aggirano; e concluderebbero che, in realtà, il loro mondo ha tre dimensioni e non due. Ma, poichè questa conclusione distruggerebbe tutti i ragionamenti di chi li ha immaginati, così non si curano di riflettere.

L'errore sostanziale di tutti questi bei ragionamenti deriva dalla premessa errata che si stabilisce.

Il mondo di questi esseri a due dimensioni non è, in realtà, a due dimensioni, ma è a tre; perchè la superficie sferica è il limite di uno spazio a tre dimensioni e non a due. Quindi gli esseri a due dimensioni sono sopra un mondo a tre dimensioni.

Ora: è possibile che sopra un mondo a tre dimensioni esistano esseri a due dimensioni? Evidentemente no. Perciò tale supposizione è assurda; e sono assurdi tutti i ragionamenti che ne derivano... anche se tendono semplicemente a dimostrare che si può essere sopra un mondo a tre dimensioni e ritenere invece di essere sopra un mondo a due dimensioni; per poi giungere a stabilire che si può essere in un mondo a quattro dimensioni e ritenere di essere sopra un mondo a tre dimensioni.

E proseguiamo.

« Ma gli abitanti della sfera (?) non hanno bisogno di compiere il giro del mondo per accorgersi che il loro mondo non è euclideo. Essi possono convincersene in ogni porzione del loro mondo che non sia

troppo piccola. Da un punto conducano in tutte le direzioni segmenti rettilinei (che a tre dimensioni si considerano archi di circolo) di eguale lunghezza. Riunendo le estremità libere di tali segmenti ottengono una linea che essi designano come circolo. Il rapporto fra la circonferenza ed il diametro del circolo misurati colla stessa asticella (!), secondo la geometria euclidea del piano, è eguale ad una costante π che è indipendente dal diametro del circolo. Per questo rapporto i nostri esseri sulla superficie sferica troverebbero il valore:

$$\pi = \frac{\text{sen } \frac{r}{R}}{\frac{r}{R}} \quad (1)$$

che è minore di π ; e tanto più piccolo quanto più il raggio r del circolo è grande rispetto al raggio R del mondo sferico. Da questa relazione potrebbero gli esseri sferici determinare il raggio R del loro mondo; anche se avessero a disposizione per le loro misure una porzione relativamente piccola di mondo sferico. Ma se questa porzione è assai piccola, non possono più constatare che si trovano su di una sfera e non in un piano; un piccolo pezzo di superficie differisce poco da un egualmente grande pezzo di piano ».

Si noti che in tutti questi periodi gli abitanti a due dimensioni della superficie sferica sono chiamati *abitanti della sfera*; come se il loro mondo fosse trasformato a tre dimensioni. Però si deve ritenere che siano sempre gli stessi esseri a due dimensioni della superficie sferica; perchè, altrimenti, la conclusione *attraente* che il mondo di questi esseri è finito e pure non ha limiti, andrebbe in fumo.

Premesso ciò, dai periodi stessi si apprende che gli esseri a due dimensioni hanno stabilito, sulla superficie sferica, un punto di partenza A ; e, da esso, colle loro asticelle AB , AC , . . . hanno tracciato la circonferenza $BQCHB$. Poi, dice Einstein, misurano *colla stessa asticella* questa circonferenza ed il suo diametro. Ora visto che per tali esseri il diametro della circonferenza considerata è l'arco BAC , io sfido (come ho già detto) la insuperabile perspicacia di tutti i Poincarrè del mondo a spiegarmi in qual modo detti esseri sferici possono fare le due misure *colla stessa asticella*. L'arco BAC è una porzione del circolo massimo $ABA'CA$ della superficie sferica, e la circonferenza $BQCHB$ è un circolo minore. Quindi essi hanno una curvatura ben differente fra loro. Perciò non possono essere misurati *colla stessa asticella*; nella considerazione che l'asticella, dovendo essere schiacciata sulla superficie

sferica, se si adatta alla circonferenza $BQCHB$, non può assolutamente adattarsi all'arco BAC . Dunque la misura di tale circonferenza e di tale arco, colla stessa asticella, è impossibile.

E con ciò cadono tutti i ragionamenti ed i calcoli che seguono. Ad ogni modo, vediamo in che cosa essi consistono.

Ho già detto che, per gli abitanti della superficie sferica, il diametro della circonferenza $BQCHB$ non è BC , ma è l'arco BAC ; ed il raggio è l'arco BA . Quindi essi pongono dapprima: $BA = r$. Chiamando poi π' il simbolo che per loro rappresenta il rapporto fra la cir-

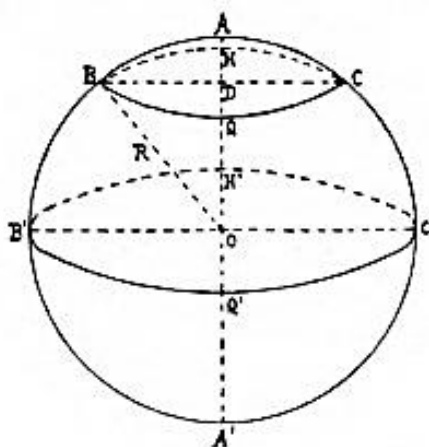


Fig. 8.

conferenza ed il diametro, essi pongono: $\pi' = \frac{\text{circonferenza } BQCHB}{2 \cdot \text{arco } AB}$;

ossia: $\pi' = \frac{\text{circonferenza } BQCHB}{2r}$ (2).

Prego ora il lettore di far bene attenzione a ciò che segue.

Ma, dicono gli esseri sferici, si ha che:

circonferenza $BQCHB = 2\pi BD$ e $BD = R \text{ sen}(\text{arco } BA) = R \text{ sen} \frac{R}{r}$

essendo l'arco BA espresso in radianti. Quindi si ha:

circonferenza $BQCHB = 2\pi R \text{ sen} \frac{R}{r}$; e, sostituendo nella (2), si ha:

$$\pi' = \frac{2\pi R \text{ sen} \frac{R}{r}}{2r} \quad \text{ossia: } \pi' = \pi \frac{\text{sen} \frac{R}{r}}{\frac{r}{R}}, \text{ che è la (1).}$$

A questi bizzarri ragionamenti degli esseri a due dimensioni si possono fare le seguenti osservazioni.

1.^a Per stabilire $BA = r$ si suppone che BA sia il raggio della circonferenza $BQCHB$; ma poi si suppone che BA sia realmente l'arco BA , e si pone arco $BA = \frac{r}{R}$.

2.^a Per stabilire l'eguaglianza $BQCHB = 2\pi BD$ si suppone che la stessa circonferenza abbia per raggio BD invece dell'arco BA come si era supposto prima. Quindi la circonferenza $BQCHB$ avrebbe due raggi BA e BD disuguali fra loro.

Inoltre si suppone che, nel caso considerato, il rapporto fra la circonferenza ed il diametro sia quello *euclideo* π e non quello *non euclideo* π' che si vuole determinare.

3.^a Nella espressione $BQCHB = 2\pi BD$ entra la retta BD , che è il vero raggio della circonferenza $BQCHB$; ma che si trova nell'interno della superficie sferica.

4.^a Nella espressione arco $BA = \frac{r}{R}$ e nelle seguenti entra il raggio R della superficie sferica.

Quindi, per ottenere la formula (1), gli esseri a due dimensioni danno due valori diversi al raggio della circonferenza $BQCHB$; e vi introducono le due quantità BD ed R che sono nell'interno della superficie sferica da loro abitata, e che sono inconcepibili per loro perchè appartengono ad uno spazio a tre dimensioni.

Avevo dunque ragione io di asserire che gli esseri a due dimensioni si possono stabilire a parole; ma che, per farli operare, si prestano loro le facoltà e le idee degli esseri a tre dimensioni.

In sostanza la formula $\pi' = \pi \frac{\text{sen } \frac{r}{R}}{\frac{r}{R}}$ vuol dimostrare che la

geometria dello spazio può non essere euclidea. Invece, poichè la formula è errata ed è impossibile ad essere realizzata, dimostra soltanto l'assurdità dei ragionamenti fatti per realizzarla.

Einstein inoltre dice:

* Da questa relazione *gli esseri sferici* potrebbero determinare il raggio R del loro mondo ».

Ma, dunque... decidiamoci.

Si tratta di esseri a due dimensioni sulla superficie sferica, oppure di esseri a tre dimensioni sulla sfera?

Perchè da questo dilemma non si scappa:

O sono esseri superficiali a due dimensioni, ed allora non possono calcolare il raggio R della sfera che è a tre dimensioni, e che per loro è

incomprensibile. Quindi la loro espressione $\pi \frac{\text{sen } \frac{r}{R}}{\frac{r}{R}}$ rappresenta

una fandonia che denota l'inconscienza di chi li ha immaginati e li fa ragionare ed operare.

O sono esseri a tre dimensioni; ed allora sparisce il mondo a due dimensioni, ed *il precedente attraente risultato*, come dice Einstein, *dei profondi ragionamenti* che: Il mondo di questi esseri (a due dimensioni) è finito e pure non ha limiti... è un'altra fandonia che non ha alcun rapporto cogli esseri ed il mondo a tre dimensioni ora considerati; e non può essere in alcun modo invocata a sostegno nè dei precedenti nè dei susseguenti ragionamenti.

E mi pare che questo sia limpido e chiaro.

«Pertanto se gli esseri sferici, seguita Einstein, abitano su di un pianeta, il cui sistema solare comprende soltanto una porzione piccolissima di mondo sferico, essi non hanno così la possibilità di distinguere se vivono in un mondo finito od infinito; perchè la porzione di mondo accessibile alla loro esperienza nei due casi è praticamente piana e quindi euclidea. L'osservazione mostra senz'altro che per i nostri esseri sferici la circonferenza del cerchio cresce col raggio sino al circolo massimo e poi, crescendo ancora il raggio (!), diminuisce a poco a poco sino ad annullarsi. La superficie del cerchio, invece, cresce sempre più; per divenire infine eguale alla totale superficie dell'intero mondo sferico ».

La prima parte di questo passaggio è giusta; perchè *esseri sferici* abitanti su di un pianeta (posto, dunque, nello spazio a tre dimensioni) non possono assolutamente stabilire se il loro spazio è finito oppure infinito. Ma che rapporto hanno questi esseri sferici e questo spazio a tre dimensioni, collo spazio e cogli esseri a due dimensioni che stiamo considerando?

Ma la seconda parte si riferisce evidentemente a questi esseri a due dimensioni sulla superficie sferica; poichè essi soli possono fare i ragionamenti ivi espressi. Infatti solo per essi la *circonferenza del cerchio* $BQCHB$ cresce col raggio AB fino al circolo massimo $B'Q'C'H'B'$ (Fig. 8); e poi, crescendo il raggio AB sino a raggiungere l'intera semicirconferenza $ABB'A'$, la circonferenza del circolo massimo $B'Q'C'H'B'$ diminuisce a poco a poco sino al valore zero nel punto A' . Invece la superficie del circolo massimo (per la quale si intende l'intera calotta sferica che ha il punto culminante in A ed ha per base la circonferenza $BQCHB$) cresce sempre sino a divenire eguale all'in-

tiera superficie sferica. In tutto ciò vi è dunque una mescolanza di esseri sferici a tre dimensioni; e di esseri a due dimensioni, posti su di una superficie sferica e che ragionano su di uno spazio ritenuto a due dimensioni. E la mescolanza è così strana che, subito dopo, Einstein aggiunge: « *Analogo a questo mondo sferico a due dimensioni è lo spazio sferico a tre dimensioni scoperto (!) da Riemann...* ».

Il lettore rifletta che il mondo sferico *a due dimensioni* del quale qui è la parola, è lo stesso mondo sferico nel quale poco prima Einstein aveva collocato un pianeta con un intiero sistema solare!

Ma tale confusione di idee non deve meravigliare. Allorchè si vuole dimostrare ciò che non è dimostrabile, è naturale che il linguaggio debba essere involuto e talvolta contraddittorio.

Se alcuno poi chiaramente dimostra l'assurdità dei concetti espressi; allora lo si accusa di non aver capito *la profonda dottrina che si asconde sotto il velame delli versi strani!*

« È possibile rappresentarsi, dice Einstein, uno spazio sferico? Rappresentarsi uno spazio non significa altro che rappresentarsi un compendio di esperienze spaziali (!), ossia di quelle esperienze che si possono compiere col movimento di corpi rigidi. In tal senso uno spazio sferico è rappresentabile.

« Da un punto tiriamo tante rette (tendiamo tanti fili) in tutte le direzioni, e su di ciascuna portiamo coll'asta metrica il segmento r . Tutte le estremità libere di questi segmenti giacciono su di una superficie sferica l'area della quale (F) possiamo misurare con un quadrato campione. Se il mondo è euclideo si ha: $F = \pi r^2$ (!); se il mondo è sferico F è sempre minore di πr^2 . Al crescere del raggio r , F cresce da zero sino ad un massimo determinato *dal raggio mondiale*; e poi, crescendo ancora r (!!), diminuisce a poco a poco sino a divenire nulla. Le rette radiali uscenti dal punto origine, dapprima si distanziano sempre l'una dall'altra, e poi si riavvicinano per incontrarsi *nel punto opposto* (!!!) a quello di origine; esse hanno così percorso tutto lo spazio sferico. Ciò ci convince facilmente che lo spazio sferico a tre dimensioni è affatto analogo a quello a due dimensioni (*superficie sferica*). È finito (ossia di volume finito) senza aver limite ».

Proviamo ad orientarci un poco in tale laberinto.

Dunque, *per rappresentare uno spazio sferico*, egli da un punto tira tante rette *in tutte le direzioni* (in uno spazio a tre dimensioni); e poi porta su di esse una lunghezza r . Naturalmente egli dice che le estremità delle rette giacciono su di una superficie sferica; anzi si può dire che esse creano *una intiera superficie sferica che ha per raggio r e che ha il centro nel punto da cui si dipartono le rette.*

Ma allora; perchè dice che l'area F di tale superficie è eguale a πr^2 . . . se il mondo è euclideo? Immagina forse che le rette siano tutte disposte su di un piano, e diano la vita ad un mondo piano di raggio r ? In questo caso soltanto F sarebbe eguale a πr^2 . Ma però, in questo caso, le rette stesse non sarebbero state condotte da un punto *in tutte le direzioni* in uno spazio a tre dimensioni! Ed allora: in quale modo si deve interpretare il groviglio delle idee e dei ragionamenti di Einstein? Poichè subito dopo egli paragona questo mondo a tre dimensioni a quello dapprima architettato a due dimensioni, si può anche supporre che coi fili e colle rette partenti da un punto, voglia ripetere la costruzione fatta con asticelle ad arco di circolo dagli esseri a due dimensioni sulla loro superficie sferica. Ed allora si capirebbe che i fili... non le rette... partenti da un punto della superficie sferica di raggio R ed adagiati su di essa, ricoprono dapprima una calotta sferica di raggio r (arco AB della fig. 8), per andare poi a ricoprire gradatamente tutta la superficie sferica, distanziandosi sempre sino a raggiungere il circolo massimo $B'Q'C'H'B'$ della superficie sferica stessa; e poi si restringono sino a riunirsi nel punto A' diametralmente opposto a quello A dal quale sono partiti.

In questo modo una parte dei ragionamenti sarebbe alquanto spiegata, ma non lo sarebbe in alcun modo l'altra; poichè le aree delle calotte sferiche successivamente generate vanno sempre ammontando sino al punto A' diametralmente opposto a quello A di partenza, dando così origine all'intera superficie sferica; e non aumentano soltanto, come dice Einstein, sino ad un massimo determinato dal raggio mondiale, per poi diminuire sino a zero. In questo modo aumentano e diminuiscono le aree dei circoli $BQCHB$ (il cui valore è espresso da πr^2 , se per r si intende il raggio BD e non l'arco BA che sarebbe la lunghezza r presa su tutti i fili partenti dal punto A); ma non si può ammettere che dette aree siano state chiamate: *aree di superficie sferica*. Questo sarebbe talmente anormale, che è da escludersi.

Ed allora, ripeto, come intendere questo garbuglio di frasi e di idee che cozzano fra loro e non hanno alcun legame logico?

Ripetiamo ancora una volta.

Si tirano rette in tutte le direzioni; vi si prende una lunghezza eguale ad r , e si determina una superficie sferica. Poi r aumenta e la superficie sferica aumenta. Poi r raggiunge il valore massimo del raggio mondiale, e la superficie aumenta... per raggiungere dunque il valore massimo della superficie mondiale. Poi r seguita ad aumentare *al di là del suo valore massimo...* ossia al di là dei limiti del mondo sferico... e la superficie sferica diminuisce sino a zero!

Nello stesso tempo *le rette tese in tutte le direzioni*, che si distanziano sempre sino a che r ha raggiunto il suo valore massimo, tornano ad avvicinarsi tra loro allorchè r aumenta ancora; e si riuniscono nel punto opposto a quello dal quale sono partite.

Questo è un indovinello che neppure la Sibilla Cumana sarebbe riuscita a spiegare.

E dire che con questi ragionamenti: « ci si deve convincere facilmente che lo spazio sferico a tre dimensioni è affatto analogo a quello a due dimensioni! ».

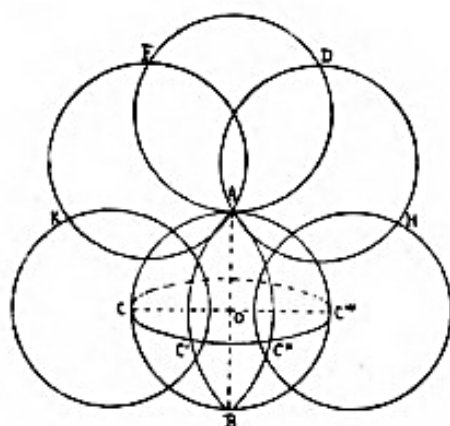


Fig. 9.

Certo, pensando ci bene, questa conclusione di Einstein è vera. Assurdo l'uno e più assurdo l'altro!

Per spiegare in qualche modo il concetto della generazione dello spazio sferico secondo Einstein, si può supporre quanto segue. Egli fa partire da un punto A (fig. 9) tante rette AC, AC', AC'', \dots , che sono poi archi di circonferenza (visto che nello spazio sferico non vi possono essere rette!); però, non in tutte le direzioni, ma (come ho già detto) soltanto in direzioni tali da formare una calotta di superficie sferica. Queste rette (archi di circonferenza) vanno aumentando di lunghezza sino ai punti C, C', C'', \dots ; ed allora le loro estremità riunite formano il cerchio massimo $CC' C'' \dots C''''$ del mondo sferico. Poi gli archi di circonferenza aumentano ancora di lunghezza finchè, divenuti semi circonferenze, si riuniscono nel punto B diametralmente opposto a quello A . In questo modo le rette (archi di circonferenza) si distanziano sempre fra di loro da A a C , da A a $C' \dots$ ecc., sino a raggiungere la circonferenza massima $CC' C'' \dots$ dello spazio sferico; e poi tornano a riavvicinarsi sino a raggiungere il punto B .

Questo può essere il concetto di Einstein per creare uno spazio sferico; concetto malamente espresso coi ragionamenti sopra riportati.

Ma, se questo è il concetto di Einstein, faccio osservare che dal punto *A* si possono creare una infinità di spazi sferici aventi diametri più o meno grandi; come in succinto è indicato in figura. Inoltre, da ogni punto periferico di tutti questi spazi sferici, si possono creare altre infinità di spazi sferici altrettanto grandi... per giungere così, senza mai finirla, gradatamente allo spazio infinito. Quindi, se questo è il concetto di Einstein per creare lo spazio sferico, si giunge con esso inevitabilmente allo spazio infinito!

Per finire, Einstein scrive: « Ma da quanto precede, sorge una domanda del più alto interesse per gli astronomi e per i fisici; se cioè il mondo, nel quale abitiamo, sia infinito oppure finito come il mondo sferico. La nostra esperienza non ci mette in grado di dare a questa domanda la menoma risposta. La teoria generale di relatività invece ci permette di rispondere con sufficiente sicurezza (!) ».

STRUTTURA DELLO SPAZIO

SECONDO LA TEORIA GENERALE DI RELATIVITÀ.

« Secondo la teoria generale di relatività, le proprietà geometriche dello spazio non sono autonome; ma condizionate dalla materia. Circa la struttura geometrica dell'universo si può pertanto concludere qualche cosa, soltanto se a base delle nostre considerazioni si pone come nota lo stato della materia. Sappiamo dalla esperienza che per un sistema di coordinate convenientemente scelto, le velocità delle stelle sono piccole rispetto alla velocità di propagazione della luce. Possiamo perciò con grossolana approssimazione conoscere la costituzione dell'universo considerando la materia come quiescente. Dalle precedenti considerazioni sappiamo che i regoli di misura e gli orologi subiscono l'influenza dei campi di gravitazione, ossia della distribuzione della materia. Da ciò segue subito che nel nostro mondo non si può parlare di esatta validità della geometria euclidea. Ma si può pensare che il nostro mondo differisce poco da un euclideo; e questo concetto è tanto più accettabile, in quanto il calcolo dimostra che anche le masse grandi come il Sole hanno una influenza assolutamente minima sulla metrica dello spazio circostante. Si potrebbe immaginare che il nostro mondo, sotto l'aspetto geometrico si comportasse come una superficie irregolare curva nei particolari, la quale non si discosti notevolmente da un piano: come la superficie di un lago increspata da leggere onde. Un mondo di tal sorta potrebbe chiamarsi propriamente quasi euclideo,

e sarebbe spazialmente infinito. Ma il calcolo dimostra che in un mondo quasi euclideo la densità media della materia dovrebbe essere nulla(!). Un tale mondo non potrebbe essere popolato di materia in ogni luogo; ed esso ci offrirebbe il quadro poco soddisfacente che abbiamo indicato allorchè abbiamo discusso la teoria di Newton ».

Osservo che, per dare una idea della struttura dello spazio secondo la teoria generale di relatività, Einstein suppone:

1.º Che sia nota la costituzione intima della materia.

Ora, come ho già detto, per quanto Thompson, Ruthenford, Bohz, Kossel, Levis, e Laugmuir si siano ingegnati per darcì un modello della struttura dell'atomo; e per quanto Stark, Plank, Einstein ed altri si siano ingegnati per stabilire i quantum di energia ed altre concezioni di tal genere; la costituzione intima della materia rimane sempre un segreto che non è ancora stato svelato in modo rigoroso, e soddisfacente; quindi qualsiasi calcolo che prenda le mosse da tali teorie, non può avere un valore realmente serio. Perciò Einstein, basandosi su tali teorie, non può giungere ad una soluzione attendibile nella struttura dello spazio.

2.º Che la materia si possa considerare come quiescente.

Questo concetto distrugge il movimento e l'energia della materia; quindi distrugge la materia.

Perciò è assolutamente inammissibile.

3.º Che i regoli di misura e gli orologi subiscano l'influenza dei campi di gravitazione.

Ora io ho esaurientemente dimostrato che questo concetto è grossolanamente errato.

Einstein dice poi che il nostro mondo si potrebbe considerare *quasi piano*; ed io osservo che tale supposizione è poco felice. Infatti per noi lo spazio si estende in tutte le direzioni. Allora io domando: quale, fra le infinite direzioni, avrà il quasi piano considerato? Evidentemente non possiamo assegnargliene una piuttosto che un'altra. Quindi dovremo poterlo immaginare in una direzione qualsiasi. Perciò sono possibili una infinità di quasi piani illimitati, i quali costituiscono così lo spazio infinito in tutte le direzioni. Si conclude dunque che la supposizione del mondo quasi piano, fatta da Einstein, è infelice.

Se poi il calcolo dimostra che in un mondo quasi euclideo la densità della materia è nulla (ho già detto quale valore possono avere cotali calcoli e cotali dimostrazioni!), il dire che tale mondo offrirebbe il quadro poco soddisfacente della teoria di Newton è alquanto ingenuo; perchè, se la densità della materia è nulla, vuol dire che la materia non esiste. Perciò il mondo sarebbe ridotto ad un Vuoto assoluto che

nessuno può capire; anchè se ha la fervida e profonda immaginazione di Helmholtz, Poincarè ed Einstein.

« Se la densità media della materia cosmica deve essere, sia pur di poco, differente da zero, il mondo non può essere quasi euclideo. Il calcolo (!) indica piuttosto che, con una uniforme distribuzione della materia, il mondo dovrebbe essere sferico (od ellittico). Ma poichè la materia non è uniformemente distribuita, il mondo non avrà caratteri sferici nei particolari, e sarà quasi sferico; ma necessariamente finito. La teoria fornisce così una ben semplice connessione fra l'estensione spaziale dell'universo e la densità della materia ».

Dunque il nostro mondo è quasi sferico, con qualche bernoccolo quà e là determinato dalla diversa distribuzione della materia in esso.

Commentare questa conclusione è quasi un peccato.

Però non so esimermi dal fare le seguenti osservazioni.

Se il mondo è quasi sferico, vuol dire che esso ha una forma determinata e delimitata. Ora, affinchè un oggetto qualsiasi abbia una *forma delimitata*, è evidentemente necessario che esso sia limitato da una superficie che lo racchiude. Ma è anche evidente, come ho già detto, che una superficie in tanto esiste in quanto essa costituisce il limite di separazione di uno spazio interno che essa contiene (se è superficie chiusa) da uno spazio esterno ad essa. Se tale spazio esterno non esiste, è più evidente ancora che noi non possiamo avere l'idea della superficie che limita l'oggetto, e non possiamo assegnare alcuna forma a questo. Quindi l'idea di un mondo *che ha una forma quasi sferica*, al di là del quale non esiste più spazio è per la nostra intelligenza un concetto impossibile a capirsi.

Però è anche certo che, per la nostra intelligenza, è inafferrabile ancora il concetto del mondo infinito.

Ma la ragione ci dice che il mondo, essendo seminato di materia, è un contenuto; ed un contenuto deve forzatamente stare entro un contenente, altrimenti non potrebbe esistere. Ora, poichè il contenente è a sua volta un contenuto, ne scaturisce la conseguenza logica che contenente e contenuto, sommati insieme, divengono un contenuto maggiore il quale deve stare in un altro contenente; e così i contenuti ed i contenenti debbono aumentare sempre di numero e di grandezza, e non possono avere limiti.

Quindi il concetto del mondo infinito è, per la nostra mente, meno assurdo di quello che sia il concetto di un mondo finito.
